

УДК 532.546

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГЕТЕРОГЕННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ МЕТОДАМИ ДЕКОМПОЗИЦИИ ОБЛАСТИ

А. В. Цепаев¹

Разработаны численные алгоритмы с декомпозицией для решения трехмерной задачи двухфазной фильтрации жидкости. Показана их эффективность при решении задачи на гетерогенных вычислительных системах. В основу численной аппроксимации задачи положен метод контрольных объемов.

Ключевые слова: методы декомпозиции, гетерогенные системы, CUDA, MPI, OpenMP.

Введение. Задачи фильтрации жидкости в нефтяных и водоносных пластах, вскрытых системой скважин, имеют важное практическое значение, связанное с нефтегазодобычей. Математическое описание таких процессов фильтрации приводит к решению краевых задач, включающих в себя системы дифференциальных уравнений в частных производных с начальными и граничными условиями. Аналитические решения, пригодные для практического использования, можно получить только для фильтрационных потоков достаточно простой геометрии или при использовании различных упрощающих допущений. Однако большинство реальных фильтрационных потоков имеет сложную форму, и построить аналитические решения таких задач не удастся. В этих случаях используются приближенные численные модели. Характерной особенностью задач фильтрации жидкости в пластах со скважинами является малый размер радиуса скважины по сравнению со всей областью решения, поэтому для решения задачи сеточными методами необходимо аппроксимировать область решения сеткой так, чтобы учесть размер и форму скважины. Кроме того, в прискважинных областях функция давления имеет логарифмический характер, и для правильной оценки фильтрационных параметров необходимо локальное измельчение сетки. Для сложных течений в пластах, содержащих произвольные системы гидродинамически несовершенных скважин, используются трехмерные модели фильтрации. Трехмерность объекта и необходимость сгущения сетки в прискважинных областях приводят к системе уравнений большой размерности. Быстро развивающимися методами решения таких задач являются методы декомпозиции области, т.е. разделение задачи на части, которые могут быть решены параллельно на нескольких процессорах.

При решении задач многофазной фильтрации [1, 2] на каждом временном шаге приходится определять поля давления и насыщенности. Для решения сеточных систем уравнений по давлению и насыщенности предлагаются два различных метода декомпозиции области: один метод для решения сеточных уравнений по давлению, другой — для решения сеточных уравнений по насыщенности [3]. Метод декомпозиции области по определению поля давления основан на независимом решении систем алгебраических уравнений для сгущающихся участков сетки в подобластях и на новом типе согласования этих решений с решением на грубой сетке. Для решения уравнения по насыщенности разработан новый метод декомпозиции области, основанный на сочетании элементов явной и неявной схем.

На основе предложенных методов декомпозиции построены алгоритмы для решения задачи двухфазной фильтрации жидкости на гетерогенных вычислительных системах. Сочетание вычислительных ядер центрального процессора и графических устройств позволило значительно сократить время решения задач. Эти методы декомпозиции области применялись также при решении задач фильтрации однофазной жидкости, подчиняющейся нелинейному закону Форхгеймера [4], и напорно-безнапорной фильтрации [5].

1. Постановка задачи двухфазной фильтрации. Область решения представляется многосвязной областью, внутренние поверхности которой определяются интервалами вскрытия скважин. Интервалы вскрытия скважин являются особенностями задачи, требующими сгущения сетки. Задача решается в области D , представляющей собой пласт, ограниченный кровлей, подошвой, боковыми поверхностями и поверхностями интервалов вскрытия скважин V_k , $k = 1, \dots, N$. Объединение $\bigcup_{k=1}^N V_k$ является дополнением многосвязной области D до односвязной области. Система уравнений двухфазной фильтрации

¹ Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН, ул. Лобачевского, 2/31, 420111, Казань; ст. науч. сотр., e-mail: alex_tsepaev@mail.ru

несжимаемых жидкостей без учета капиллярных и гравитационных сил записывается в виде

$$\operatorname{div}((K_o + K_w) \operatorname{grad} p) = 0, \quad \operatorname{div}(\mathbf{q}_w) + m \frac{\partial S_w}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

при граничных условиях

$$p = p_\Gamma \text{ на } \Gamma_1, \quad -(K_o + K_w) \frac{\partial p}{\partial n} = q_{\Gamma_n} \text{ на } \Gamma_2, \quad p|_{\partial V_k} = P_k, \quad k = 1, \dots, N, \quad S_w = S_{w\Gamma} \text{ на } \Gamma_3 \quad (2)$$

и начальном условии $S_w = S_w^0$ в D . Принятые обозначения: $p = p(x, y, z)$ — давление; $\mathbf{q}_w = \frac{K_w}{K_o + K_w} \mathbf{q}$ — вектор скорости фильтрации вытесняющей жидкости (воды); $\mathbf{q} = -(K_o + K_w) \operatorname{grad} p$ — вектор скорости фильтрации; S_o — нефтенасыщенность; S_w — водонасыщенность; $S_w + S_o = 1$; $K_o = K_o(S_o) = \frac{k f_o}{\mu_o}$; $K_w = K_w(S_w) = \frac{k f_w}{\mu_w}$ — фазовые подвижности; $f_w = f_w(S_w)$, $f_o = f_o(S_o)$ — относительные фазовые проницаемости; k — абсолютная проницаемость; μ_o, μ_w — динамические вязкости фаз; m — пористость; $\Gamma_1 + \Gamma_2 = \Gamma$ — внешняя граничная поверхность области D ; Γ_3 — часть поверхности Γ , через которую жидкость поступает в пласт; ∂V_k — поверхность интервала вскрытия k -й скважины; P_k — заданное давление на k -й скважине; N — число скважин.

Для области D введем следующие соотношения: $\bar{D} = \bar{D}_0 \cup \left(\bigcup_{k=1}^N \bar{D}_k \right)$, $D_i \cap D_j = \emptyset, i \neq j, \bar{D}_0 \cap \bar{D}_k = \gamma_k, S_k \cap \gamma_k = \emptyset$, где D_k — прискважинные подобласти, S_k — суммарная поверхность интервалов вскрытия k -й скважины. Пласт покрыт сеткой Ω , ячейки которой в прискважинных зонах D_k уменьшаются в размерах к интервалам вскрытия скважин по убывающей геометрической прогрессии.

2. Построение сетки. Системы дифференциальных уравнений аппроксимировались методом контрольных объемов. Построение сетки в методе контрольных объемов проводилось по следующему алгоритму.

1. Вся область решения покрывается грубой сеткой, элементы которой представляют собой параллелепипеды. Элементы построенной грубой сетки образуют множество E .

2. Определяется множество A из элементов множества E , имеющих общие точки с интервалами вскрытия скважин. Множество B состоит из элементов, примыкающих к границам множества A .

3. Элементы множеств A и B разбиваются вертикальными плоскостями по длине и ширине на 4 равных параллелепипеда. В случае, когда размеры полученных параллелепипедов по вертикали превосходят размеры по горизонтали, элементы дополнительно разбиваются горизонтальной плоскостью на 2 равных параллелепипеда.

4. Полученное множество параллелепипедов принимается за множество E , и множества A и B переопределяются.

5. В случае, когда размеры ячеек из множества A имеют размеры радиуса скважины, переходим к следующему пункту, в противном случае переходим к п. 3.

6. Из множества E исключаются элементы, отстоящие от поверхности интервалов вскрытия скважин на расстоянии менее радиуса скважин. Полученная область является многосвязной с внутренними границами, состоящими из граней элементов, окружающих интервалы вскрытия скважин.

7. Множество E дополняется криволинейными элементами, одна из граней которых является гранью внутренней границы. Противоположные грани определяются проектированием вершин граней внутренней границы на интервалы вскрытия по нормали к последним. На рис. 1 приведен криволинейный элемент в разрезе горизонтальной плоскостью.

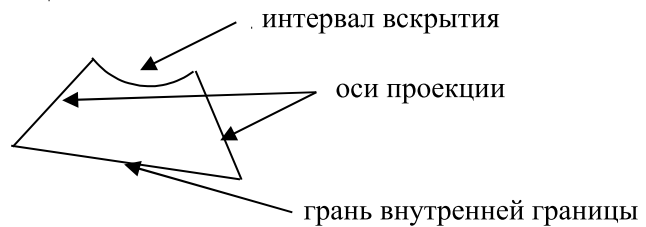


Рис. 1. Криволинейный элемент в разрезе горизонтальной плоскостью

Сетка Ω определяется как объединение множества центральных точек элементов множества E и множества центральных точек граней внешней и внутренних поверхностей области, образуемой элементами множества E . Требуется определить сеточную функцию p_Ω в узлах Ω и значения насыщенностей S_w, S_o в ячейках множества E . Расходы Q_{ji} , выходящие из j -й ячейки в i -ю, запишем в виде $Q_{ji} = \frac{p_j - p_i}{R_{ij}}$,

где $R_{ij} = \frac{A_{ij}}{K_{wi} + K_{oi}} + \frac{A_{ji}}{K_{wj} + K_{oj}}$; A_{ij} — коэффициенты, учитывающие сопротивление потоку жидкости

между i -й и j -й ячейками за счет i -й ячейки; p_i — давление в i -й ячейке; p_j — давление в j -й ячейке. Для параллелепипедов имеем $A_{ij} = \frac{L_{ij}}{D_{ij}}$, где D_{ij} — площадь общей граничной поверхности i -й и j -й ячеек, L_{ij} — расстояние от узлового значения i -й ячейки до общей граничной поверхности. Для криволинейных элементов коэффициенты A_{ij} вычислялись численно с учетом движения потока по нормали к интервалу вскрытия. Сопротивление потоку жидкости в расходах через грани внешней и внутренних поверхностей учитывалось только за счет приграничных ячеек. Полученные расходы использовались для составления балансовых уравнений по давлению.

3. Алгоритмы решения задачи с декомпозицией области. Решение задачи по определению поля давления p и насыщенности S_w на $(n+1)$ -м временном шаге включает в себя следующие этапы.

1. Вычисляются давления p_i^{n+1} из системы (1) и (2) со значениями K_{oi}^n , K_{wi}^n . Предлагается метод декомпозиции области по определению поля давления. Для этого вводятся дополнительные грубые сетки ω_k , покрывающие области $D_k \cup V_k$ и имеющие размер ячеек, эквивалентный размеру ячеек Ω в D_0 . Решение p в области D_0 представляется как p_1 с граничными условиями $p_1 = p_{1\gamma k}$ на границах раздела γ_k области D_0 и прискважинных подобластей D_k , а вне области D_0 как сумма двух решений p_{2k} и p_{3k} . Решения p_{2k} определяются на сетке Ω в областях D_k , а решения p_{3k} определяются на сетках ω_k в областях $D_k \cup V_k$, при этом $p_{1\gamma k} = p_{2\gamma k} + p_{3\gamma k}$ на границах γ_k .

Постановка задачи для определения p_1 на сетке Ω :

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(K_w + K_o) \operatorname{grad} p_1 &= 0 \quad \text{в } D_0, & p_1 &= p_\Gamma \quad \text{на } \Gamma_1 \cap D_0, \\ -(K_w + K_o) \frac{\partial p_1}{\partial n} &= q_n \quad \text{на } \Gamma_2 \cap D_0, & p_1 &= p_{1\gamma k} \quad \text{на } \gamma_k, \quad k = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (3)$$

Постановка задачи для определения p_{2k} ($k = 1, \dots, N$) на сетке Ω :

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(K_w + K_o) \operatorname{grad} p_{2k} &= 0 \quad \text{в } D_k, & p_{2k} &= p_\Gamma \quad \text{на } \Gamma_1 \cap D_k, \\ -(K_w + K_o) \frac{\partial p_{2k}}{\partial n} &= q_n \quad \text{на } \Gamma_2 \cap D_k, & p_{2k}|_{\partial V_k} &= P_k, \quad p_{2k} = p_{2\gamma k} \quad \text{на } \gamma_k. \end{aligned} \quad (4)$$

Постановка задачи для определения p_{3k} ($k = 1, \dots, N$) на сетке ω :

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(K_w + K_o) \operatorname{grad} p_{3k} &= 0 \quad \text{в } D_k \cup V_k, & p_{3k} &= 0 \quad \text{на } \Gamma_1 \cap (D_k \cup V_k), \\ -(K_w + K_o) \frac{\partial p_{3k}}{\partial n} &= 0 \quad \text{на } \Gamma_2 \cap (D_k \cup V_k), & p_{3k} &= p_{3\gamma k} \quad \text{на } \gamma_k. \end{aligned} \quad (5)$$

Решения p_1 , p_{2k} и p_{3k} при известных граничных значениях $p_{\Gamma_{1k}}$, $p_{\Gamma_{2k}}$ и $p_{\Gamma_{3k}}$ независимо определяются из систем уравнений (3)–(5) соответственно. При выполнении условий на границах раздела γ_k относительно давлений $p_{\Gamma_{1k}} = p_{\Gamma_{2k}} + p_{\Gamma_{3k}}$ и относительно нормальных составляющих скоростей фильтрации $q_{1kn} + q_{2kn} + q_{3kn} = 0$ для определения решений p_1 , p_{2k} и p_{3k} достаточно задания начальных условий и граничных значений $p_{\Gamma_{3k}}$. При значениях $p_{\Gamma_{3k}} = 0$ система уравнений (3)–(5) эквивалентна исходной системе уравнений (1) и (2). На каждой итерации $i \geq 1$ независимо определяются p_{2k}^i из решения задач (4) с граничными значениями на γ_k : $p_{2\gamma k}^i = p_{2\gamma k}^{i-1} + p_{3\gamma k}^{i-1}$. Для определения p_1^i и p_{3k}^i совместно решаются системы уравнений (3) и (5) на грубой сетке с дополнительными условиями $p_{\Gamma_{1k}}^i - p_{\Gamma_{3k}}^i = p_{\Gamma_{2k}}^i$ и $q_{1kn}^i + q_{3kn}^i = -q_{2kn}^i$ на γ_k при фиксированных узловых значениях решений p_{2k}^i . В вычислительном процессе, построенном таким образом, p_{3k}^i с ростом i стремятся к нулю, а i -е приближение давления определяется решением p_1^i в области D_0 и решениями p_{2k}^i в подобластях D_k .

2. Определяются насыщенности в ячейках сетки при вычисленных значениях p_i^{n+1} . Предлагается следующий метод декомпозиции области по определению поля насыщенности.

а) Вычисляются полные расходы жидкости, выходящие из ячеек грубой сетки в единицу времени:

$$Q_{ji}^{n+1} = \frac{p_j^{n+1} - p_i^{n+1}}{R_{ij}^n}.$$

б) Для полных расходов, выходящих из ячеек грубой сетки, вычисляются фазовые расходы по явной схеме

$$Q_{wji}^{n+1,я} = \left(\frac{K_w^n}{K_w^n + K_o^n} \right)_{ji}^{\text{up}} Q_{ji}^{n+1},$$

где

$$\left(\frac{K_w^n}{K_w^n + K_o^n}\right)_{ji}^{up} = \begin{cases} K_{wi}^n (K_{wi}^n + K_{oi}^n)^{-1}, & p_i \geq p_j, \\ K_{wj}^n (K_{wj}^n + K_{oj}^n)^{-1}, & p_i < p_j. \end{cases}$$

в) Для каждой прискважинной зоны независимо вычисляются насыщенности по неявной схеме из системы уравнений

$$m_i V_i \frac{S_{wi}^{n+1} - S_{wi}^n}{\Delta t} = \sum_j Q_{wji}^{n+1}. \tag{6}$$

Здесь сумма берется по j -м ячейкам, окружающим i -ю ячейку, $Q_{wji}^{n+1} = Q_{wji}^{n+1,я}$ для j -х ячеек грубой сетки, из которых расход поступает в прискважинную зону, $Q_{wji}^{n+1} = Q_{wji}^{n+1,ня} = \left(\frac{K_w^{n+1}}{K_w^{n+1} + K_o^{n+1}}\right)_{ji}^{up} Q_{ji}^{n+1}$ — в остальных случаях. Фазовые расходы являются граничными условиями при решении системы (6).

г) Вычисляются насыщенности для ячеек грубой сетки

$$S_{wi}^{n+1} = S_{wi}^n + \frac{\Delta}{m_i V_i} \sum_j Q_{wji}^{n+1},$$

где значения $Q_{wji}^{n+1} = Q_{wji}^{n+1,ня}$ берутся из решения системы уравнений (6) для j -х ячеек прискважинных зон, из которых расход поступает в ячейки грубой сетки, $Q_{wji}^{n+1} = Q_{wji}^{n+1,я}$ в остальных случаях.

4. Численные эксперименты. Предложенный алгоритм тестировался при решении модельной трехмерной задачи двухфазной фильтрации жидкостей с различным числом вертикальных добывающих и нагнетающих скважин. Рассматривался десятислойный пласт ($\approx 1 \text{ км} \times 1 \text{ км} \times 0.018 \text{ км}$) с толщинами слоев

$$\begin{aligned} d_1 = 1 \text{ м}, \quad d_2 = 1 \text{ м}, \quad d_3 = 3 \text{ м}, \quad d_4 = 1 \text{ м}, \quad d_5 = 1 \text{ м}, \\ d_6 = 1 \text{ м}, \quad d_7 = 2 \text{ м}, \quad d_8 = 1 \text{ м}, \quad d_9 = 2 \text{ м}, \quad d_{10} = 5 \text{ м} \end{aligned}$$

и абсолютными проницаемостями

$$\begin{aligned} k_1 = 10^{-3} \text{ дарси}, \quad k_2 = 10^{-2} \text{ дарси}, \quad k_3 = 25 \times 10^{-3} \text{ дарси}, \quad k_4 = 10^{-2} \text{ дарси}, \\ k_5 = 10^{-3} \text{ дарси}, \quad k_6 = 10^{-2} \text{ дарси}, \quad k_7 = 5 \times 10^{-2} \text{ дарси}, \quad k_8 = 10^{-2} \text{ дарси}, \\ k_9 = 10^{-3} \text{ дарси}, \quad k_{10} = 15 \times 10^{-3} \text{ дарси} \end{aligned}$$

соответственно. Кровля пласта считалась непроницаемой, на боковых поверхностях и подошве пласта давление $P_\Gamma = 125 \text{ атм}$, на скважинах $P_k = 30 \text{ атм}$, на боковой поверхности насыщенность $S_w = 0$, на подошве $S_w = 1$. Начальная насыщенность $S_w = 0$. Динамическая вязкость воды — $\mu_w = 1 \text{ мПа} \cdot \text{с}$, динамическая вязкость нефти — $\mu_o = 15 \text{ мПа} \cdot \text{с}$, плотность нефти — $\rho_o = 0.882 \text{ г/см}^3$, плотность воды — $\rho_w = 1 \text{ г/см}^3$. Относительные фазовые проницаемости брались линейными функциями от насыщенностей. Каждый интервал вскрытия моделировался круговым цилиндром с радиусом основания $r = 0.1 \text{ м}$ и замыкался сверху и снизу сферическими поверхностями радиуса $r = 0.1 \text{ м}$. Таким образом, для каждой точки поверхности интервалов вскрытия вектор нормали определен однозначно. Ячейки, примыкающие к скважинам, имели размеры порядка 0.1 м как в горизонтальной плоскости, так и по высоте.

На основе предложенных методов построены алгоритмы для решения задачи на суперкомпьютерах с большим числом вычислительных ядер и с большим числом графических процессоров. Алгоритмы распараллелены с помощью MPI-процессов и технологий OpenMP и CUDA. При решении задачи для каждого MPI-процесса выделяется равное число сгущающихся участков сетки. Для решения задач на сгущающихся участках, соответствующих одному MPI-процессу, порождаются потоки с помощью технологии OpenMP, которые распределяют эти задачи на ядра процессора и на графические устройства, при этом задачи распределяются динамически, т.е. по мере их решения. Вычисления на графическом устройстве включают в себя следующие этапы: построение систем уравнений для определения поля давления и насыщенности; решение линейных систем уравнений для определения поля давления с помощью библиотек cublas и cusparse; решение нелинейных систем уравнений для определения поля насыщенности в прискважинной зоне по неявной схеме методом Ньютона; определение поля насыщенности по явным схемам для ячеек внескважинной зоны.

Предложенные алгоритмы тестировались на суперкомпьютере “GraphIT!” Научно-исследовательского вычислительного центра МГУ имени М.В. Ломоносова при решении модельной трехмерной задачи двухфазной фильтрации жидкости с различным числом вертикальных добывающих и нагнетающих скважин.

Каждая прискважинная зона содержала около 25 000 узлов, внескважинная зона — около 6000 узлов. Общее число узлов для 200 сгущающихся участков достигало 5 000 000. Системы линейных уравнений для определения поля давления решались методом сопряженных градиентов с полиномиальным предобуславливанием. Системы нелинейных уравнений для определения поля насыщенностей прискважинной зоны решались по неявной схеме методом Ньютона.

На момент запуска задач на суперкомпьютере “GraphIT!” было доступно 5 вычислительных узлов с общим числом ядер 60 (12 ядер на узел) и 15 ускорителей GPU. Задачи запускались в режиме 3 процесса MPI на один узел, каждому MPI-процессу соответствовал один GPU-процессор. Рассматривались следующие варианты запуска задач:

1) на всех доступных ядрах с использованием одного MPI-процесса и без использования GPU-ускорителей;

2) на 15 ядрах с использованием 15 процессов MPI и 15 процессоров GPU; в этом случае каждому MPI-процессу соответствовал один GPU-процессор и одно ядро;

3) на всех доступных ядрах с использованием MPI-процессов и GPU-процессоров; в этом случае использовались все доступные на данный момент ресурсы суперкомпьютера (15 процессоров GPU и 60 ядер).

На рис. 2 приведено ускорение времени решения задачи в зависимости от числа ядер в случае запуска задачи на одном узле с одним MPI-процессом и без использования GPU-процессоров (вариант 1). Из рисунка видно, что получено семикратное ускорение на 12 ядрах (эффективность 60%).

На рис. 3 приведено ускорение времени решения задачи в зависимости от числа MPI-процессов в случае запуска задачи с использованием GPU-процессоров и выделением одного ядра для каждого MPI-процесса (вариант 2). Показана эффективность порядка 70% при решении на 15 процессорах GPU.

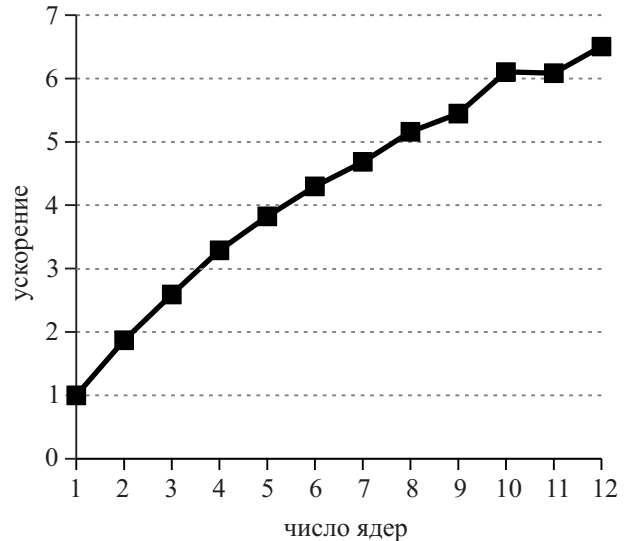


Рис. 2. Ускорение времени решения задачи на одном узле в зависимости от числа ядер (вариант 1)

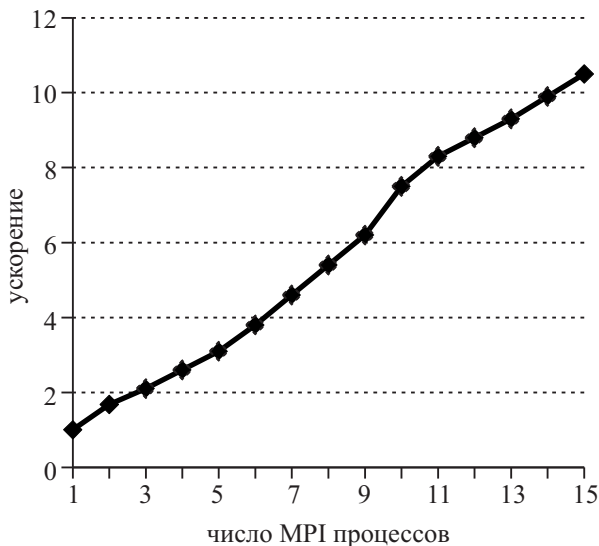


Рис. 3. Ускорение времени решения задачи в зависимости от числа MPI-процессов (вариант 2)

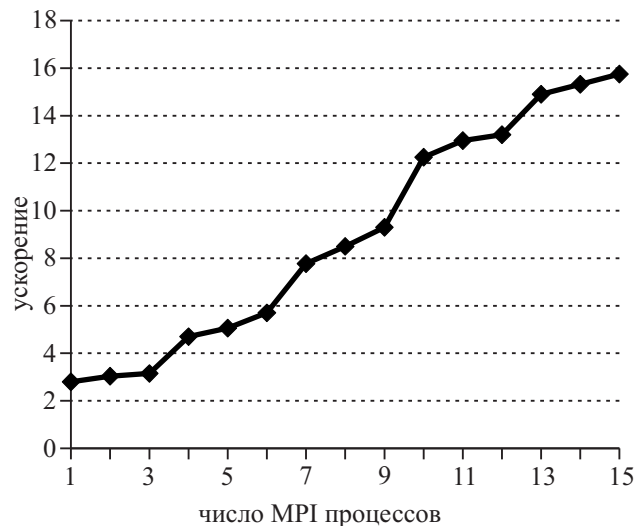


Рис. 4. Ускорение времени решения задачи в зависимости от числа MPI-процессов (вариант 3)

На рис. 4 приведено ускорение времени решения в случае запуска задач с различным количеством MPI-процессов и GPU-процессоров (вариант 3), при этом использовались все доступные ядра узлов, на которых запускались MPI-процессы. Сравнение проводилось со временем решения задачи на одном GPU-процессоре и одном ядре. Отметим, что если сравнивать решение на одном ядре без MPI-процессов и

GPU-процессоров с решением задачи с использованием всех доступных вычислительных устройств суперкомпьютера, то ускорение достигало 120 раз.

5. Заключение. Построены алгоритмы для решения задачи двухфазной фильтрации жидкости на сетках со сгущающимися участками, основанные на методах декомпозиции области. На основе предложенных методов декомпозиции разработаны алгоритмы для решения задачи на гетерогенных вычислительных системах. Показана высокая эффективность использования многопроцессорных систем, построенных на базе графических процессоров.

Работа выполнена в рамках программы Президиума РАН № 14 “Интеллектуальные информационные технологии, математическое моделирование, системный анализ и автоматизация”. Доступ на суперкомпьютер “GraphIT!” предоставлен по результатам конкурса “Эффективное использование GPU-ускорителей”, проводимого компанией “Т-Платформы” [6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Басниев К.С., Власов А.М., Кочина И.М., Максимов В.М.* Подземная гидравлика. М.: Недра, 1986.
2. *Азис Х., Сеттари Э.* Математическое моделирование пластовых систем. М.: Недра, 1982.
3. *Мазуров П.А., Цепяев А.В.* Алгоритмы для распараллеливания решения задач двухфазной фильтрации жидкости на сетках со сгущающимися участками // Вычислительные методы и программирование. 2006. **7**, № 2. 115–122.
4. *Мазуров П.А., Цепяев А.В.* Метод решения нелинейных задач фильтрации жидкости в трехмерных пластах с гидродинамически несовершенными скважинами // Математическое моделирование. 2004. **16**, № 3. 33–42.
5. *Губайдуллин Д.А., Мазуров П.А., Цепяев А.В.* Алгоритм решения трехмерных задач напорно-безнапорной стационарной фильтрации жидкости со сгущающимися участками сетки // Вычислительные методы и программирование. 2005. **6**, № 2. 94–102.
6. Эффективное использование GPU-ускорителей (<http://www.t-platforms.ru/about-company/gpucontest.html>).

Поступила в редакцию
10.11.2011
