

УДК 532.593+518.12

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСИЛЕНИЯ УДАРНЫХ ВОЛН  
В ПУЗЫРЬКОВОМ ШНУРЕ НА СУПЕРЭВМ****В. А. Вшивков<sup>1</sup>, В. Д. Корнеев<sup>1</sup>, Г. Г. Лазарева<sup>1</sup>**

Разработана параллельная версия программы для решения задачи о взаимодействии плоской ударной волны с аксиальным пузырьковым цилиндром (шнуром). Эволюция пузырьковой среды описывается системой уравнений газовой динамики, дополненной уравнением Релея для газового пузырька. Проведен детальный анализ выбора декомпозиции расчетной области, содержащей пространство пузырькового шнура. Приведены основные характеристики параллельного алгоритма. В результате расчетов на многопроцессорной вычислительной системе получены зависимости амплитуды результирующей волны от радиуса шнура. Работа выполнена при финансовой поддержке по программе Рособразования “Развитие научного потенциала ВШ” (код проекта РНП.2.2.1.1.3653).

**1. Введение.** В связи с широким спектром практических приложений проблема получения высоких импульсных давлений в жидкостях и газах в течение многих лет привлекает внимание исследователей (см. обзор в [1]). Возможными способами решения данной проблемы являются создание различных типов генераторов и методов кумуляции ударных волн, а также поиск и исследование сред, способных принимать “закачиваемую” энергию с поглощением относительно слабой внешней импульсной нагрузкой, концентрировать энергию в некоторой локальной области и переизлучать ее с существенным увеличением амплитуды. С появлением работ по так называемому акустическому “лазеру”, в которых обсуждаются возможные методы генерации акустического излучения и его усиления, существенно возрос интерес к пузырьковым средам. Данная среда обладает способностью не только усиливать ударные волны, но и формировать систему слоев с когерентными свойствами, в каждом из которых пузырьки синхронно поглощают и переизлучают энергию падающей ударной волны.

В настоящее время создание гидроакустических аналогов лазерных систем связано с анализом поведения различных химически активных или пассивных сред, способных к генерации акустического излучения. Учитывая, что для экспериментальных исследований наиболее принципиальными могут оказаться “свободные” системы, особый интерес представляют постановки задач, в которых рассматриваются процессы взаимодействия ударных волн с пузырьковыми кластерами. Волновые процессы в таких свободных системах отличаются целым спектром временных и пространственных масштабов. Эти процессы связаны с генерацией ударных волн с амплитудами в десятки и сотни МПа и определяются большим числом параметров, влияние которых трудно, а порой и невозможно проанализировать в ходе физического эксперимента. Одним из методов исследования динамики состояния сложных акустически активных систем и особенностей развития волновых процессов в таких системах является метод математического моделирования. Для решения нестационарных задач волновой динамики пузырьковых сред используется двухфазная математическая модель Иорданского–Когарко–ван Вингаардена. Модель состоит из системы уравнений газовой динамики для средних характеристик течения ( $\rho, p, u$ ) и уравнения Релея для газового пузырька. Нелинейный характер уравнений данной модели приводит к необходимости использования численных методов. Создана параллельная версия алгоритма, реализованная на супервычислительном комплексе МВС-1000М.

**2. Постановка задачи. Основные уравнения.** На торце цилиндрической ударной трубки радиуса  $r_{st}$ , заполненной жидкостью, в момент  $t = 0$  движением поршня генерируется скачок давления. В ударной трубе на расстоянии  $l_{cl}$  от ее левой границы находится пузырьковый кластер в форме шнура (рис. 1). Объемная концентрация газовой фазы в кластере равна  $k_0$ ; пузырьки газа в кластере имеют один и тот же радиус  $R_b$ . При  $t > 0$  ударная волна, распространяясь в положительном направлении оси  $z$ , взаимодействует с облаком пузырьков, огибает его и в зоне контакта фронта преломляется в кластер. Взаимодействие преломленной волны с пузырьковой системой приводит к ее фокусировке внутри кластера и к усилению, уровень которого определяется параметрами системы. Усиленная кластером ударная

<sup>1</sup> Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, просп. акад. М. А. Лаврентьева, 6, 630090, Новосибирск; e-mail: vsh@ssd.sccc.ru, lazareva@ssd.sccc.ru

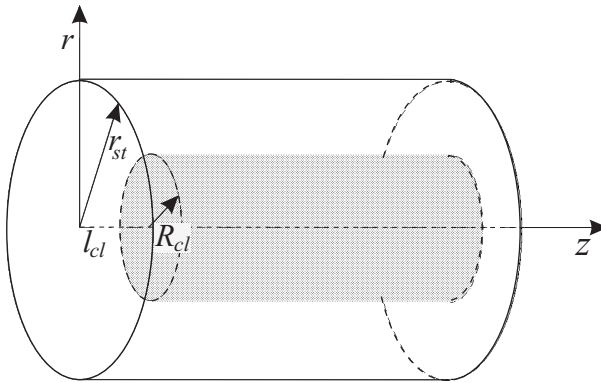


Рис. 1. Схема гидродинамической ударной трубы с пузырьковой зоной в виде соосного цилиндра (пузырькового шнура)

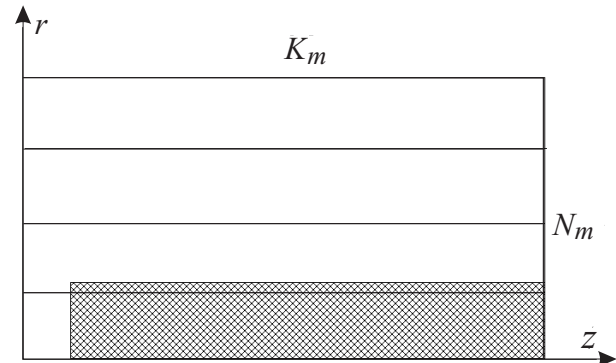


Рис. 2. Расчетная область

волна переизлучается в окружающую жидкость. Расчет процесса фокусировки преломленной волны в кластере выполнялся в рамках модифицированной модели Иорданского–Когарко–ван Вингаардена [1], которая включает в себя законы сохранения массы и импульса для средних значений давления  $p$ , плотности  $\rho$ , скорости  $\mathbf{u}$  и подсистему (2), (3), определяющую состояние среды:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{u}) = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u}(\nabla \mathbf{u}) = -\frac{1}{\rho} \nabla p, \quad (1)$$

$$p = p(\rho) = 1 + \frac{\rho_0 c_0^2}{n p_0} \left[ \left( \frac{\rho}{1-k} \right)^n - 1 \right], \quad k = \frac{k_0}{1-k_0} \rho \beta^3, \quad (2)$$

$$\beta \frac{\partial S}{\partial t} = -\frac{3}{2} S^2 - \frac{C_1}{\beta} - C_2 \frac{S}{\beta} - p + \beta^{-3\gamma}, \quad (3)$$

где  $S = \frac{\partial \beta}{\partial t}$ ,  $C_1 = \frac{2\sigma}{R_0 p_0}$  и  $C_2 = \frac{4\mu}{R_0 \sqrt{p_0 \rho_0}}$ . Система уравнений (1)–(3) не замкнута: в уравнении состояния для жидкого компонента вводится новая переменная  $k$  — удельная доля газовой фазы в кластере, содержащая динамическую переменную  $\beta = \frac{R}{R_0}$  (относительный радиус пузырьков), динамика которой описывается уравнением Релея (3). Здесь  $\rho_0$  — плотность,  $c_0$  — скорость звука в жидкости,  $k_0$  — начальная объемная концентрация газовой фазы и  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения. Эта система записана в безразмерном виде, где для обезразмеривания использованы следующие константы:  $p_0$  — начальное давление в жидкости,  $\rho_0$  — начальная плотность жидкости,  $R_0$  — начальный радиус пузырьков в кластере,  $\sqrt{\frac{p_0}{\rho_0}}$  — характерная скорость и  $R_0 \sqrt{\frac{\rho_0}{p_0}}$  — характерное время. Расчеты проводились при показателе адиабаты  $n = 7.15$  для  $k_0 = 0.001-0.1$ ,  $R_0 = 0.01-0.4$  см и значений амплитуд взаимодействующей с кластером ударной волны  $P_{sh} = 3 \div 10$  МПа.

Контактный разрыв на границе “пузырьковая среда–жидкость” задается в начальный момент времени заданием плотности  $\rho_1 = 1$  в жидкости и плотности  $\rho_2 = 1 - k_0$  в пузырьковой среде.

Область решения в цилиндрических координатах является прямоугольником со сторонами  $0 \leq z \leq z_{\max}$  и  $0 \leq r \leq r_{\max}$ . Граничные условия на плоскости  $z = 0$  описывают стационарную ударную волну с амплитудой  $P_{sh}$  путем задания осевой компоненты скорости в предположении равенства нулю радиальной компоненты. На оси  $r = 0$  задаются условия симметрии. На границе  $r = r_{\max}$  (стенка ударной трубы) ставится условие, исключающее отражение ударной волны. Распространение волны при  $z = z_{\max}$  определяется равенством нулю вторых производных всех функций по осевому направлению. Для решения газодинамической системы уравнений (1) были использованы явная схема с направленными разностями и схема расщепления, описанные в [2] и адаптированные к рассматриваемой задаче. Для расчета подсистемы (2) применялась схема Рунге–Кутты–Мерсона 4-го порядка.

**3. Выбор метода декомпозиции.** Для распараллеливания алгоритма решения задачи применен метод геометрической декомпозиции на вычислительной системе с распределенной памятью MBC-1000M с использованием SPMD-модели вычислений [3–9]. Такой выбор способа декомпозиции возможен, так как модифицированная модель Иорданского–Когарко–ван Вингаардена позволяет игнорировать наличие пу-

зырьков и считать среду однородной с особыми свойствами состояния, описываемого уравнением Релея. Расчет ведется по явным схемам сквозного счета (без выделения особенностей) на 5-точечном шаблоне “крест”. Для расчета течения как в чистой жидкости, так и в пузырьковой среде используется одно и то же уравнение состояния  $p(\rho)$ , в которое входит удельная доля газовой фазы, имеющая свое значение для каждой среды, причем значение давления в каждой точке пространства вычисляется независимо от других точек. Задача решена в аксиально-симметричной постановке для  $0 \leq z \leq z_{\max}$  и  $0 \leq r \leq r_{\max}$ . Расчетная область (рис. 2) задана в виде плоского прямоугольника в плоскости  $(r, Z)$ . В этой области находится пространство пузырькового шнура.

В расчетной области задана равномерная прямоугольная сетка размера  $K_m \times N_m$ . В узлах сетки определены значения каждого параметра задачи, хранящиеся в тринадцати массивах размерности  $K_m \times N_m$ . Расчетная область, включающая в себя пространство однородной среды и пространство пузырькового кластера, разрезается вдоль оси  $Z$  на полосы размера  $\frac{K_m}{P} \times N_m$ , где  $P$  — количество компьютеров вычислительной системы. Таким образом, расчетная область разрезается поперек фронта плоской ударной волны. Все массивы “разрезаются” на подмассивы в соответствии с разрезанием пространства. Так как декомпозиция массивов, которые вычисляются по схеме “крест”, осуществляется с перекрытием соседних точек граничных подобластей, то размерности этих массивов равны  $\left(\frac{K_m}{P} + 2\right) \times N_m$ . Декомпозиция остальных массивов осуществляется без перекрытий граничных подобластей. Кроме того, соблюдается равномерное распределение точек расчетной области по процессорам, однако количество точек, соответствующее однородной жидкости, и количество точек, соответствующее многофазной среде в каждом процессоре, имеют разные значения для каждой полосы. Например, если ширина шнура меньше ширины полосы вычислительного пространства среды, равной  $\frac{K_m}{P}$ , то пространство кластера может быть полностью включено в полосу, попадающую в один процессор, без “разрезаний” (рис. 2).

После декомпозиции расчетной области по процессорам на каждом процессоре конструируется вычислительное пространство всего пузырькового кластера. Затем каждый компьютер “оставляет” себе для вычислений ту подобласть пространства кластера из смоделированной полной области, которая связана с соответствующей ему полосой расчетной области. Такой подход к декомпозиции пространства пузырькового кластера является универсальным и не зависящим от размеров и конфигурации облака пузырьков.

Так как данные разрезаны на полосы, а обмены данными во время счета производятся только между соседними полосами, то логическая топология вычислительной системы “линейка” достаточна для решения задачи. Полосы декомпозированной расчетной области распределяются по компьютерам последовательно в соответствии с номерами компьютеров. Полоса с наименьшими координатами узлов сетки располагается в нулевом компьютере, с большими координатами сетки — в первом компьютере и т.д., а с наибольшими координатами сетки — в последнем компьютере.

**4. Ускорение и эффективность параллельного алгоритма.** При разработке параллельного алгоритма важно знать потенциальные возможности ускорения вычислений и накладные расходы, связанные с организацией взаимодействий параллельных ветвей. Кроме того, важно знать показатели эффективности работы параллельного алгоритма на многопроцессорной системе, позволяющие сравнивать его с другими параллельными алгоритмами. Так как для получения значимого результата задачи динамики многофазных сред требуются большие объемы данных, то важно оценить предел роста размеров задачи, после которого ускорение и эффективность параллельного алгоритма будут нулевыми или отрицательными. Для обработки объема данных больше предельного следует искать новые подходы к распараллеливанию алгоритма либо к решению всей задачи в целом. Поэтому кроме ускорения параллельного алгоритма вычислим показатель эффективности распараллеливания на системе из  $P$  компьютеров [3]:  $F_p = \frac{T_{pc}}{T_{pc} + T_{pv} + T_{ps}}$ , где  $T_{pc}$  — время “чистого” счета (без учета любых других затрат времени) параллельного алгоритма на системе из  $P$  компьютеров,  $T_{pv}$  — общие затраты времени на обмены данными между компьютерами и  $T_{ps}$  — общие затраты времени, связанные с синхронизацией ветвей параллельной программы.

Дополнительно рассмотрим относительное ускорение  $U_{p,2p} = \frac{T_p}{T_{2p}}$ , показывающее, на какую величину изменится ускорение алгоритма при увеличении в два раза количества компьютеров в системе.

Вычисления в точке пространства, соответствующей однородной жидкости, и вычисления в точке, соответствующей пузырьковому кластеру, занимают разное время вычислений. Вычисления в точке, соответствующей облаку пузырьков, требуют больше времени. Поэтому для выявления свойств параллель-

ного алгоритма необходимо определить его характеристики не только для разных размеров пространства вычислений, но и для различных размеров кластера. Для определения основных характеристик параллельного алгоритма рассмотрим два типа тестов:

- в первом варианте фиксируется радиус кластера и варьируется размер вычислительной системы;
- во втором варианте фиксируется размер вычислительной системы и варьируется радиус кластера.

Рассмотрим результаты первого варианта тестирования параллельного алгоритма. Найдем характеристики алгоритма для решения двух задач: вычисление задачи о прохождении ударной волны в жидкости, содержащей пузырьковый кластер, и вычисление задачи о прохождении ударной волны в однородной жидкости для двух разных размеров расчетной области. Особенность рассматриваемой задачи состоит в том, что особый интерес для исследователей представляют данные о зависимости различных физических параметров задачи от геометрии и размера облака пузырьков. Прохождение плоской ударной волны по однородной жидкости без включения пузырьков является предельным случаем для задачи с любой геометрией облака пузырьков. В этой связи характеристики параллельного алгоритма при вычислениях в однородной среде без кластера особенно интересны.

Тестирование проводилось на вычислительной системе МВС-1000М на одном, 2-х, 4-х, 8-ми, 16-ти и 32-х компьютерах с использованием средств параллельного программирования MPI [10, 11].

Были рассмотрены два размера вычислительной области, обозначенных  $O_1(K_m \times N_m = 3200 \times 320)$  и  $O_2(K_m \times N_m = 3200 \times 640)$ . В обоих случаях кластер занимал фиксированную область, содержащую  $20 \times 10^3$  узлов сетки.

Ускорение  $U_p$ , эффективность  $F_p$ , относительное ускорение  $U_{p,2p}$  и общее время решения задачи  $T_p$  для вычислений в однородной среде будем обозначать через  $U_p^{O1}$ ,  $F_p^{O1}$ ,  $U_{p,2p}^{O1}$  и  $T_p^{O1}$ , а для вычислений в этой же среде с пузырьковым кластером — через  $U_p^{k1}$ ,  $F_p^{k1}$ ,  $U_{p,2p}^{k1}$  и  $T_p^{k1}$ . Для вычислений в однородной среде введем обозначения  $U_p^{O2}$ ,  $F_p^{O2}$ ,  $U_{p,2p}^{O2}$  и  $T_p^{O2}$ , а для вычислений в той же среде с кластером —  $U_p^{k2}$ ,  $F_p^{k2}$ ,  $U_{p,2p}^{k2}$  и  $T_p^{k2}$ .

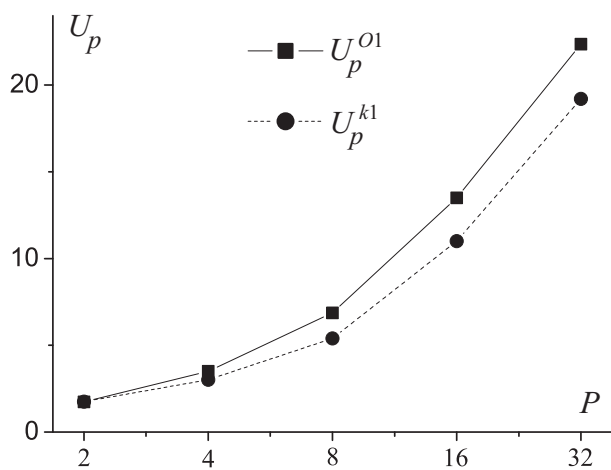


Рис. 3. Графики ускорения  $U_p^{O1}$  и  $U_p^{k1}$

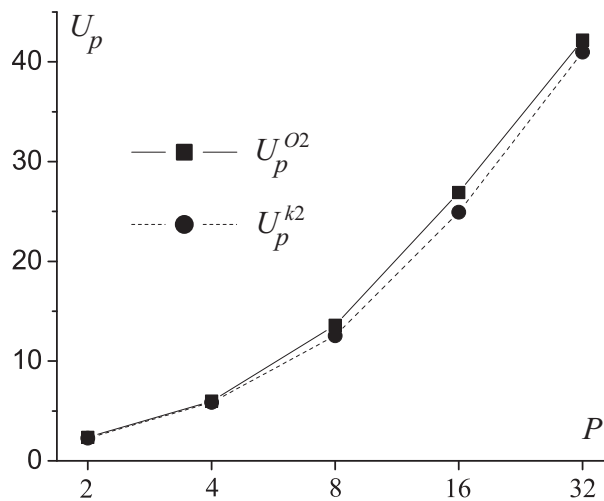


Рис. 4. Графики ускорения  $U_p^{O2}$  и  $U_p^{k2}$

В настоящей статье представлены следующие графики характеристик параллельного алгоритма при вычислениях на разном количестве компьютеров: графики ускорения  $U_p^{O1}$ ,  $U_p^{k1}$  (рис. 3) и  $U_p^{O2}$ ,  $U_p^{k2}$  (рис. 4), графики эффективности  $F_p^{O1}$ ,  $F_p^{k1}$  (рис. 5), графики ускорения  $U_{p,2p}^{O1}$ ,  $U_{p,2p}^{k1}$  (рис. 6) и графики времени вычислений  $T_p^{O1}$ ,  $T_p^{k1}$ ,  $T_p^{O2}$ ,  $T_p^{k2}$  (рис. 7).

Коэффициенты ускорения для первой сетки (рис. 3) достаточно велики. Например,  $U_2^{O1} = 1.8$ , а  $U_{32}^{O1} = 22$ . Другие результаты получены на второй сетке. Рассмотрим график ускорения  $U_p^{O2}$  (рис. 4). Видно, что  $U_2^{O2} = 3.0$ ,  $U_{32}^{O2} = 42.5$ , т.е. на двух процессорах скорость алгоритма в три раза, а на 32-х — в 42.5 раза больше, чем на одном. Такое сверхлинейное ускорение объясняется тем, что при вычислениях на  $P$  процессорах на каждый процессор приходится в  $P$  раз меньший объем распараллеленных данных, что уменьшает суммарное время доступа к данным на компьютере. Кроме того, играют роль особенности устройства современных микропроцессоров и узлов с общей памятью. Поэтому, несмотря на имеющиеся потери времени из-за взаимодействия ветвей параллельной программы, ускорение для заданных размеров вычислительной системы возрастает с ростом числа процессоров (отклонены в большую сторону, т.е.  $U_p^{O2} > P$ ). Ускорение  $U_p^{k2}$  почти совпадает с  $U_p^{O2}$  вплоть до  $P = 16$  и  $U_p^{k2} > P$ , но  $U_p^{k2} > U_p^{O2}$ . Ускорение

$U_p^{O_2}$  является предельной величиной для  $U_p^{k_2}$ , т.е. при уменьшении размеров кластера значения  $U_p^{k_2}$  будут приближаться к  $U_p^{O_2}$ .

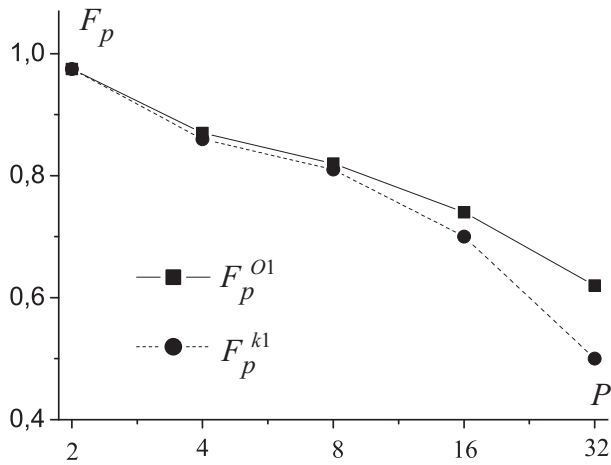


Рис. 5. Графики эффективности  $F_p^{O_1}$  и  $F_p^{k_1}$

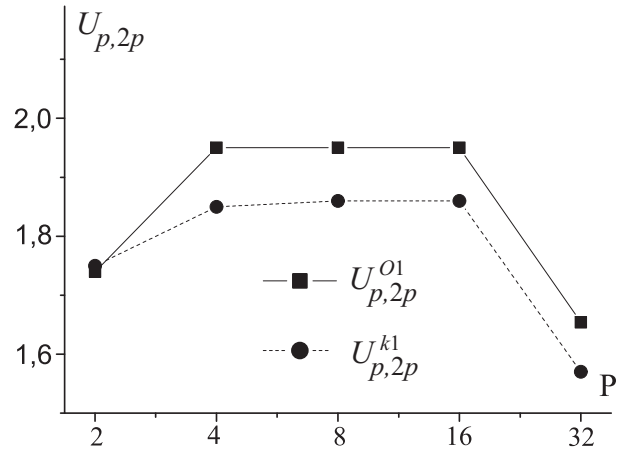


Рис. 6. Графики ускорения  $U_{p,2p}^{O_1}$  и  $U_{p,2p}^{k_1}$

Ускорения обоих типов вычислений в пространстве  $O_1, O_2$  достаточно велики. Однако величина  $U_{32}^{k_2}$  (равная 41) значительно больше, чем величина  $U_{32}^{k_1}$  (равная 20). Таким образом, для расчета задачи в области, содержащей пузырьковый кластер, ускорение алгоритма на 32-х процессорах в среде  $O_2$  больше, чем в среде  $O_1$ . Это объясняется тем, что для большего пространства доля времени, занимаемого вычислительными операциями, больше доли времени, занимаемого обменными операциями.

График эффективности помогает оценить вклад в общее время счета расходов на взаимодействие между процессорами. Из рис. 5 видно, что с ростом размеров вычислительной системы эффективность параллельных вычислений постепенно падает. Для систем размерностью больше двух значительное влияние на скорость обменов данными, а значит, и на общее время вычислений оказывают каналы связи между компьютерами. Графики эффективности алгоритма для вычислений в пространстве  $O_2$  близки к графикам, изображенным на рис. 5 (поведение графиков ускорения имеет тот же характер).

Не менее показательны графики относительного ускорения  $U_{p,2p}$  для разных типов вычислений. Эти графики показывают, во сколько раз увеличится скорость вычислений при увеличении размеров вычислительной системы в два раза. При увеличении размеров вычислительной системы с 16-ти до 32-х ускорение  $U_{p,2p}^{O_1}$  возросло всего в 1.6 раза, а ускорение  $U_{p,2p}^{k_1}$  — только в 1.2 раза (рис. 6). Из графика можно сделать вывод о темпах убывания скорости вычислений с ростом размеров вычислительной системы.

Два последних графика показывают снижение эффективности и снижение относительного ускорения вычислений при росте размеров вычислительной системы. Для этого типа задач такое снижение эффективности характерно: с ростом размеров вычислительной системы размеры данных, помещенных на каждый процессор, уменьшаются. Следовательно, с ростом вычислительной системы количество вычислительных операций, приходящихся на один процессор, уменьшается, а количество операций обмена и объем обмениваемых данных увеличиваются.

Графики относительного ускорения алгоритма для вычислений в пространстве  $O_2$  близки к графикам на рис. 6, однако значение  $U_{16,32}^{k_2} = 1.64$  несколько больше, чем  $U_{16,32}^{k_1} = 1.2$ .

И, наконец, рис. 7 отражает зависимость общего времени вычислений от размеров вычислительной системы для пространств разных размеров.

Рассмотрим результаты второго варианта тестирования параллельного алгоритма, когда фиксируется размер вычислительной системы и варьируется размер кластера. Для нашей задачи важно знать влияние размеров пузырькового кластера на общее время параллельных вычислений. Тестирование проводилось на фиксированном количестве компьютеров ( $P = 4$ ) на вычислительной системе МВС-1000М в расчетной области  $1280 \times 1280$  узлов сетки. Варьировались размеры пузырькового кластера и его распределение по компьютерам вычислительной системы.

Рассмотрим два класса тестов. Внутри каждого класса области, соответствующие пузырьковому кластеру, различались только размерами при одинаковом расположении их в компьютерах. Размер кластера определяется количеством узлов сетки. В первом варианте рассмотрен расположенный в одном из компьютеров системы кластер с размерами  $k_1 = 50 \times 10^3$ ,  $k_2 = 100 \times 10^3$ ,  $k_3 = 150 \times 10^3$  и  $k_4 = 200 \times 10^3$  узлов. Во втором варианте рассмотрен равномерно распределенный по двум компьютерам кластер с раз-

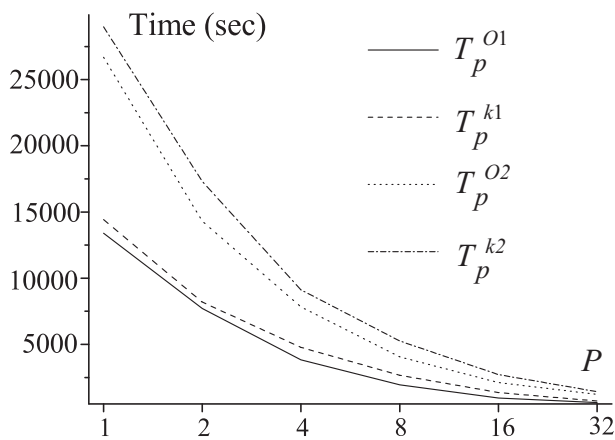


Рис. 7. Графики времени вычислений  $T_p^{O1}$ ,  $T_p^{k1}$ ,  $T_p^{O2}$ ,  $T_p^{k2}$

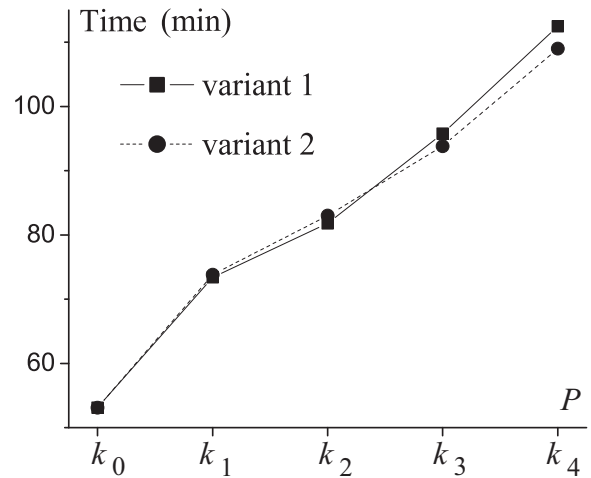


Рис. 8. Графики времени вычислений на вычислительной системе из 4-х компьютеров. Вариант 1 — кластер расположен в одном из компьютеров системы,  $k_1 = 50 \times 10^3$ ,  $k_2 = 100 \times 10^3$ ,  $k_3 = 150 \times 10^3$  и  $k_4 = 200 \times 10^3$  узлов. Вариант 2 — кластер равномерно распределен по двум компьютерам,  $k_1 = 100 \times 10^3$ ,  $k_2 = 200 \times 10^3$ ,  $k_3 = 300 \times 10^3$  и  $k_4 = 400 \times 10^3$  узлов

мерами  $k_1 = 100 \times 10^3$ ,  $k_2 = 200 \times 10^3$ ,  $k_3 = 300 \times 10^3$  и  $k_4 = 400 \times 10^3$  узлов. В обоих случаях сравнения делались с параллельными и последовательными вычислениями задачи о прохождении ударной волны через однородную жидкость (без кластера). На рис. 8 представлены графики времени параллельных вычислений для обоих случаев, полученных на вычислительной системе из 4-х компьютеров. Здесь  $k_0$  — время вычислений в однородной среде без кластера,  $k_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) — время вычислений для задачи с кластером размера  $k_i$  для первого и второго вариантов.

Эти два графика показывают, что размеры пузырькового кластера существенно влияют на общее время вычислений задачи. Надо отметить, что линии обоих графиков не сильно отличаются друг от друга, так как когда кластер находится в одном компьютере, то увеличивается вычислительная нагрузка на этот компьютер, а все остальные компьютеры вынуждены его ждать для дальнейшей синхронизации при обменах и при завершении циклов.

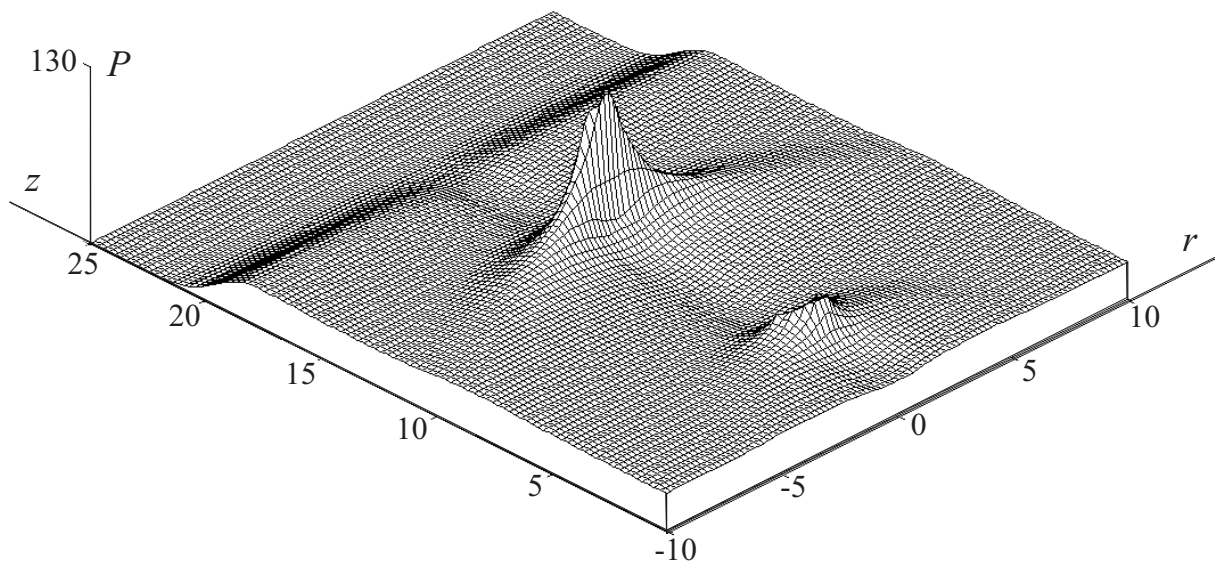


Рис. 9. Характерная структура волнового поля при  $k_0 = 0.01$ ,  $R_0 = 0.2$  см,  $P_{sh} = 3$  МПа,  $R_{cl} = 1$  см

##### 5. Результаты численных расчетов. Рассчитывался процесс формирования волнового поля в

пузырьковом шнуре и окружающей жидкости в ударной трубе радиуса  $r_{st} = 40$  см для расчетной области, ограниченной координатой  $z_{st} = 100$  см. При различных параметрах пузырьковой среды результирующая волна имеет вид солитона или последовательности из двух-трех волн убывающей амплитуды [12]. На рис. 9 представлен характерный профиль волнового поля. В зоне схлопывания пузырьков в среде зарождаются интенсивные пульсации давления, в результате чего в среде в целом формируется уединенный импульс давления, вслед за которым возникает фаза разрежения и наблюдается зарождение следующей пульсации. Эта вторичная волна заметно слабее.

Представление о формировании волнового поля в шнуре дает распределение давления на оси  $z$  для пяти моментов времени (рис. 10). Видно, что динамика распределения давления выводит процесс на некоторую асимптотику. В работе [13] при исследовании волнового поля, генерируемого в сферическом пузырьковом кластере, возбужденном внешней плоской ударной волной, было показано, что давление в пятне фокуса существенно зависит от плотности числа пузырьков в кластере при сохранении величины объемной концентрации  $k_0$ . Согласно результатам анализа волнового поля [14] этот эффект сохраняется и в пузырьковом шнуре. Следовательно, увеличение радиуса шнура должно способствовать росту фокусировки ударной волны в окрестности оси симметрии, когда более контрастно проявляется различие скоростей распространения падающей ударной волны в жидкости, окружающей шнур, и в пузырьковой зоне.

Расчеты с использованием последовательного алгоритма позволяют проводить анализ влияния параметров задачи на значение амплитуды результирующей волны в достаточно ограниченном диапазоне данных. Использование многопроцессорной вычислительной техники позволяет существенно расширить параметрическую область расчетов. Расчеты на персональном компьютере не позволяют получать данные о выходе на стационарное распределение амплитуды результирующей волны для радиусов шнура, больших 2 см. Это обусловлено тем, что чем тоньше шнур, тем быстрее происходит формирование квазистационарной ударной волны в пузырьковом шнуре. На рис. 11 приведен график зависимости максимума результирующей волны от радиуса шнура, полученный в результате анализа расчетов, проведенных на использованной нами суперЭВМ. Из графика видно, что с ростом радиуса шнура происходит достаточно существенное увеличение амплитуды результирующей волны.

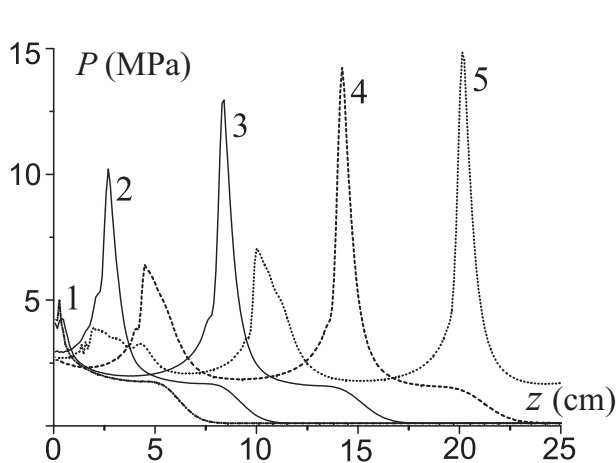


Рис. 10. Распределение давления на оси пузырькового шнура для моментов времени 140 (1), 180 (2), 220 (3), 260 мкс (4) и 300 мкс (5)

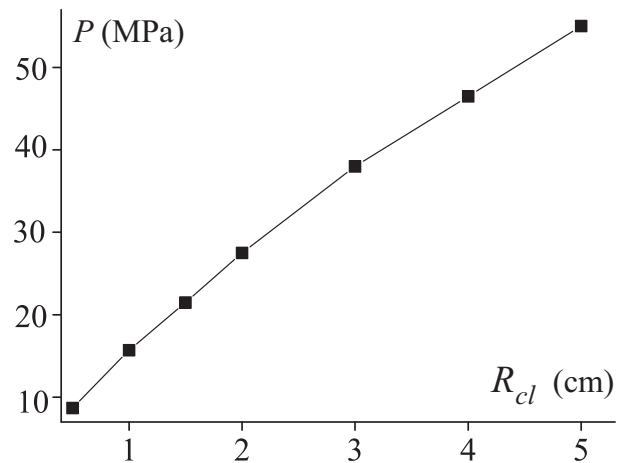


Рис. 11. Зависимость амплитуды квазистационарной волны от радиуса пузырькового шнура

**6. Выводы.** В настоящей статье рассмотрена методика распараллеливания и ее реализации на высокопроизводительных многопроцессорных компьютерах для моделирования взаимодействия плоской ударной волны с аксиальным пузырьковым цилиндром. Особенность задачи состоит в том, что область моделирования состоит из подобласти, занятой чистой жидкостью, и пространства пузырькового кластера. В обеих подобластях реализуются разные уравнения состояния, а следовательно, изменяется количество операций. Такая постановка задачи требует особого подхода к декомпозиции области для обеспечения равномерной загрузки процессоров. Подробный анализ показал, что размеры пузырьковой зоны существенно влияют на общее время вычислений задачи. В результате численных экспериментов получены характеристики параллельного алгоритма, такие как ускорение и эффективность. Тестирование показало, что алгоритм задачи достаточно хорошо распараллеливается на вычислительных системах с распределенной памятью. При размерах пространства среды  $3200 \times 320$  и кластера  $20 \times 10^3$  точек получено

ускорение в 22 раза на 32-х компьютерах. Характеристики параллельного алгоритма не ухудшаются с ростом размеров задачи. В результате численного моделирования задачи о взаимодействии ударной волны с такой “свободной” пузырьковой зоной проведен анализ влияния параметров задачи на значение амплитуды результирующей волны в расширенном диапазоне данных.

Авторы выражают благодарность профессору В. К. Кедринскому за плодотворные обсуждения физической постановки задачи.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кедринский В.К. Гидродинамика взрыва: эксперимент и модели. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
2. Вишюков В.А., Лазарева Г.Г. Численное моделирование динамики ударных волн в пузырьковых системах // Вычислительные технологии. 2003. 8, № 5. 24–39.
3. Евреинов Э.В., Косарев Ю.Г. Однородные универсальные вычислительные системы высокой производительности. Новосибирск: Наука, 1966.
4. Миренков Н.Н. Параллельное программирование для многомодульных вычислительных систем. М.: Радио и связь, 1989.
5. Корнеев В.Д. Система и методы программирования мультимикрокомпьютеров на примере вычислительного комплекса PowerXplorer. Препринт № 1123. ИВМ и МГ СО РАН. Новосибирск, 1998.
6. Корнеев В.Д. Параллельные алгоритмы решения задач линейной алгебры. Препринт № 1124. ИВМ и МГ СО РАН. Новосибирск, 1998.
7. Корнеев В.Д. Параллельное программирование в MPI. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
8. Малышкин В.Э. Линеаризация массовых вычислений // Системная информатика. № 1. Новосибирск: Наука, 1991. 229–259.
9. Малышкин В.Э., Вишюков В.А., Краева М.А. О реализации метода частиц на мультипроцессорах. Препринт № 1052. ВЦ СО РАН. Новосибирск, 1995.
10. Snir M., Otto S.W., Huss-Lederman S., Walker D., and Dongarra J. MPI: the complete reference. Boston: MIT Press, 1996.
11. Dongarra J., Otto S.W., Snir M., and Walker D. An introduction to the MPI standard. Technical Report CS-95-274. University of Tennessee. Knoxville, 1995.
12. Кедринский В.К., Вишюков В.А., Лазарева Г.Г. Генерация и усиление ударных волн свободными пузырьковыми системами // Сборник трудов XVI сессии Российского акустического общества. Т. 1. М.: ГЕОС, 2005. 78–81.
13. Кедринский В.К., Шокин Ю.И., Вишюков В.А., Дудникова Г.И., Лазарева Г.Г. Генерация ударных волн в жидкости сферическими пузырьковыми кластерами // Докл. РАН. 2001. 381, № 6. 773–776.
14. Кедринский В.К., Вишюков В.А., Лазарева Г.Г. Формирование и усиление ударных волн в пузырьковом “шнуре” // Прикл. матем. и теор. физика. 2005. 46, № 5. 46–52.

Поступила в редакцию  
19.10.2006