

УДК 519.6

## РЕКОНСТРУКЦИЯ ПОЛЯ СКОРОСТИ ПО РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ТРАССЕРАМ

М. С. Складенко<sup>1</sup>, П. Г. Фрик<sup>2</sup>, А. Г. Ястребов<sup>1</sup>

В последние годы все большее распространение в экспериментальной гидродинамике получают методы измерения полей скорости по изображениям взвешенных в жидкости частиц. Это так называемые методы PIV — Particle Image Velocimetry (измерение скорости по изображениям частиц) и методы PTV — Particle Tracking Velocimetry (измерение скорости по трассерам частиц). Оба метода рассматривают визуализирующие частицы как точечные объекты. Однако некоторые виды экспериментов по исследованию полей скорости приводят к получению изображений, для которых невозможно применить PIV и PTV методы, так как на них отсутствуют трассеры, которые могут быть представлены как точки. В работе предложены два метода, предназначенные для восстановления полей скорости по таким изображениям. Работа выполнена при поддержке РФФИ и администрации Пермского края (проект РФФИ-Урал № 04-01-96005).

**1. Введение.** Одной из важнейших задач экспериментальной гидродинамики является задача восстановления поля скорости в среде. Подчеркнем, что речь идет о полевых измерениях, т.е. о ситуациях, когда точечные измерения не достаточны для решения поставленной задачи. Простейшие методы реконструкции поля скорости традиционно связаны с фотографированием треков переносимых потоком частиц. Эти методы получили вторую жизнь после внедрения в эксперимент компьютеров и цифровых фотокамер. В последнее десятилетие за этими методами закрепились аббревиатуры PIV — Particle Image Velocimetry и PTV — Particle Tracking Velocimetry [1].

Различие методов PIV и PTV состоит в принципах обработки изображений: в первом случае используется корреляционный анализ изображений поля частиц, выполненных с задержкой по времени, а во втором — расчет основан на распознавании смещения отдельной частицы. Обе группы методов требуют внесения в поток специальных светорассеивающих частиц (обычно используются частицы с характерным размером порядка 10 мкм), для освещения которых применяют спаренные импульсные лазеры. Сдвиг во времени между вспышками лазеров задается управляющей системой. Характерной особенностью этих методов является то, что трассеры на каждом изображении характеризуются только координатами, а форма и размеры не могут быть использованы в качестве параметров.

Однако существуют задачи, в которых в качестве трассеров могут выступать естественные оптические неоднородности среды, визуализируемые тем или иным способом. В качестве примера можно привести задачу о восстановлении поля скорости в конвективных турбулентных потоках по теневым картинкам [2]. Турбулентный поток изобилует мелкомасштабными структурами со значительными градиентами температуры, которые визуализирует теневой прибор. Эти мелкомасштабные структуры переносятся крупномасштабным полем скорости и могут быть использованы в качестве трассеров крупномасштабного потока. Другим примером является рассмотренная ниже задача о реконструкции поля скорости на поверхности конвективной оболочки Солнца по наблюдаемой последовательности фотографий поверхности. Схожей является задача о расчете крупномасштабного поля скорости атмосферы по последовательности фотографий облачного покрова. В таких задачах трассеры на изображениях являются распределенными объектами. Традиционные алгоритмы, основанные на PIV и PTV методах, для их обработки неприменимы. Цель данной работы — рассмотреть алгоритмы реконструкции поля скорости, предназначенные для работы с распределенными трассерами.

**2. Метод сегментной кросс-корреляции.** На рис. 1 показаны фрагменты двух теневых картин конвективного течения, полученных с интервалом 0.44 сек. На теневых картинках видны многочисленные “термики” (тепловые возмущения), которые переносятся крупномасштабным потоком, одновременно деформируясь. В качестве примера для правого верхнего сегмента картины показано вычисленное значение вектора смещения (стрелка на правой картинке) и положение соответствующих сегментов.

<sup>1</sup>Пермский государственный университет, ул. Букирева, 15, 614000, Пермь; e-mail: maxskl@mail.ru; winterfell@land.ru

<sup>2</sup>Институт механики сплошных сред УрО РАН, ул. Королева, 1, 614013, Пермь; e-mail: frick@icmm.ru

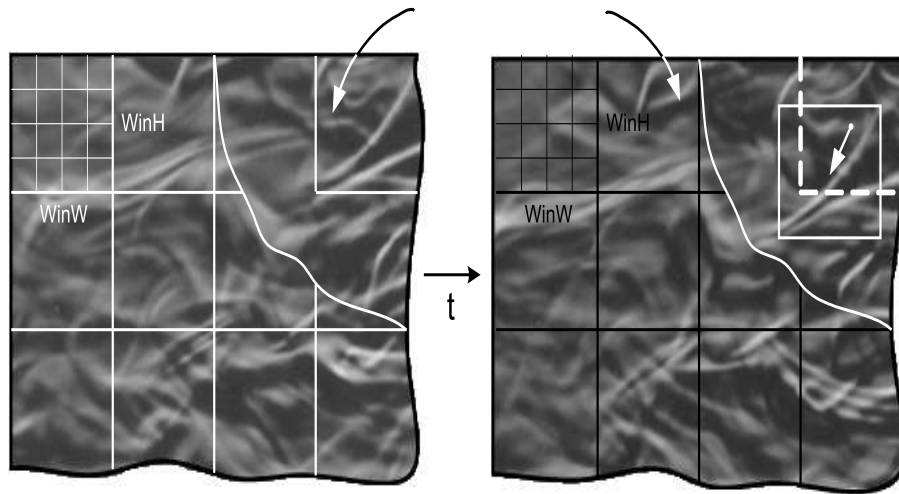


Рис. 1. Последовательные фотографии теневой картины течения и восстановленный вектор смещения сегмента

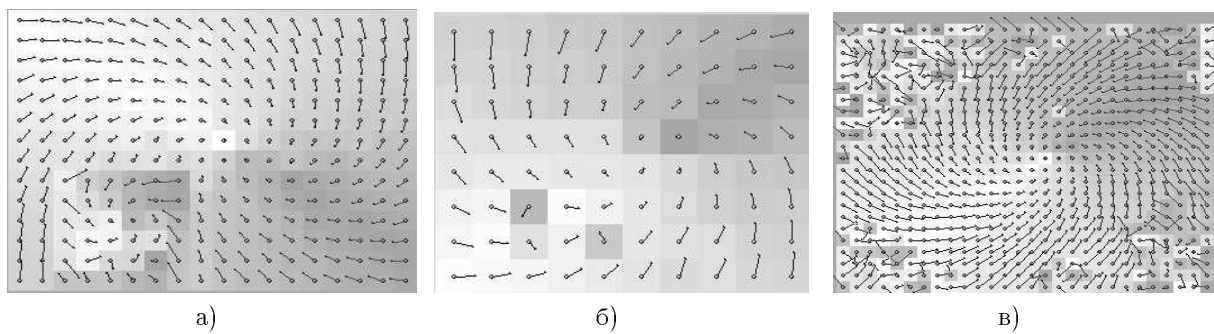


Рис. 2. Примеры полей скорости, восстановленных при сканировании исходной пары изображений размером  $360 \times 300$  pix окнами различных размеров: а) — исходное поле, размер сегмента  $18 \times 18$  pix; б) — восстановленное поле, размер сегмента  $30 \times 30$  pix; в) — восстановленное поле, размер сегмента  $10 \times 10$  pix)

Простейшей методикой расчета скорости является адаптивный метод сегментной кросс-корреляции. Метод заключается в следующем. Исходные пары или последовательности фотографий разбиваются на небольшие сегменты прямоугольной формы (рис. 1). Размер указанных сегментов задается в качестве параметра, выбор которого зависит от структуры анализируемых изображений и величины смещений визуализированных неоднородностей, которую приходится предварительно оценивать. Правильный подбор данного параметра очень важен, так как при недостаточном размере окна между сегментами будет отсутствовать всякая корреляция, а при слишком большом потеряется точность восстанавливаемого поля. Влияние размера сегментов на результат восстановления иллюстрирует рис. 2. Видно, что при излишне крупном окне теряется информация о мелкомасштабном вихре в левом нижнем углу изображения (рис. 2б), а при недостаточно крупном появляется много неправильно локализованных векторов (на рис. 2 в они хорошо заметны по углам изображения). Кроме того, важен правильный выбор интервала между снимками. Выдержка между снимками должна быть достаточно малой, чтобы переносимые фрагменты оставались узнаваемыми, но в то же время достаточно большой для регистрации заметных смещений.

На следующем этапе последовательно сканируются сегменты первого кадра, для каждого из которых на следующем кадре последовательности осуществляется перебор сегментов эквивалентного размера, находящихся на заданном удалении от исходного. Для каждой соответствующей пары вычисляется коэффициент корреляции, определяемый как взвешенная сумма произведений интенсивностей соответствующих пикселей сегментов:

$$R_{lk} = f_{i,j} g_{i+l,j+k} (f_{i,j}^2 g_{i,j}^2)^{-1/2},$$

где индексы  $i, j$  определяют координаты пикселя,  $f$  и  $g$  — яркость соответствующего пикселя в первом и втором кадре, а по повторяющимся индексам подразумевается суммирование. Смещение сегмента,

которому соответствует максимальная корреляция, определяет вектор скорости в данной точке. Следует отметить, что если вектор, соединяющий сегменты первого и второго кадров, оканчивается на границе области смещений сегмента на втором изображении, то эта область должна быть расширена до тех пор, пока вектор не покинет границу.

Возможны и другие методики определения вектора смещения, например, путем расчета эвклидова расстояния между многомерными векторами, компонентами которых являются яркости соответствующих элементов сегментов, в некотором общем для них пространстве признаков, размерность которого равна числу точек в сегменте:

$$R_{lk} = \sqrt{(f_{i,j} - g_{i+l,j+k})^2}. \tag{1}$$

Расчет по формуле (1) дает хорошие результаты в случае относительно простых (почти твердотельных) смещений элементов теневой картины.

**3. Контурный метод.** В изображениях, получаемых тенью прибором, картина усредняется вдоль направления просвечивания неоднородности (в отличие от метода PIV, где используется световой нож). В результате в теневой картине одновременно наблюдаются структуры, движущиеся на фоне друг друга. Это является основным источником ошибок при обработке поля скорости описанным выше методом.

Контурный метод основан на том, что на изображении идентифицируется каждый термик отдельно, а затем по смещению координат характерных точек его контура восстанавливается поле скорости. Алгоритм вычислений состоит из следующих этапов.

1. Этап выделения трассеров на двух последовательных кадрах — на изображениях выделяются контуры толщиной в один пиксель, соответствующие наиболее резким перепадам яркости изображения.

2. Этап векторизации контуров — выполняется векторное кодирование контуров. Каждый контур перед векторизацией представляется в виде упорядоченного множества точек. Задача векторизации контуров заключается в сопоставлении контуру некоего многомерного вектора, характеризующего форму контура.

3. Этап восстановления поля скорости по двум соседним кадрам — проводится идентификация контуров, описывающих на разных изображениях один и тот же термик. Контуры представляются в векторном виде и выполняется сопоставление смещения характерных точек контура смещению точек среды.

4. Этап получения среднего поля скорости заключается в усреднении векторных полей скорости, полученных по парам последовательных кадров, по множеству всех кадров. Одной из подзадач данного этапа является нахождение вектора скорости в произвольной точке.

5. Этап визуализации векторных полей — создание графического представления числовых данных, наглядно описывающего картину движения.

В теории обработки изображений хорошо развиты методы выделения контуров [3], поэтому мы не будем рассматривать их специально. Большой интерес представляют последующие этапы обработки.

**3.1. Векторизация контуров.** При движении среды контур может изменять свою форму (рис. 3). Поэтому для идентификации одинаковых контуров необходимо ввести идентификационный критерий (критерий сходства). Сходство контуров естественно характеризовать сходством формы, для описания которого необходимо найти количественные характеристики.

Изначально контур представляется в виде упорядоченного множества точек с координатами  $(x_i, y_i)$ , где  $i = 1, \dots, N$ ,  $N$  — число точек контура. Задача векторизации (векторного кодирования) состоит в вычислении компонент многомерного вектора, характеризующего форму контура, по координатам точек контура.

Предложено использовать векторное представление, основанное на центральных моментах, инвариантных к перемещению центра масс структуры [4]:

$$M_{pq} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^p (y_i - \bar{y})^q,$$

где  $\bar{x}, \bar{y}$  — координаты центра масс контура.

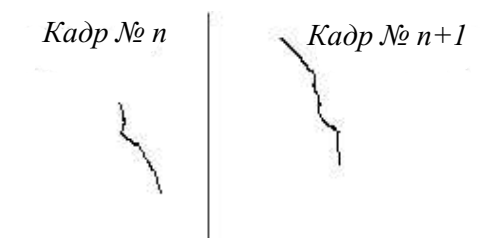


Рис. 3. Изменение формы трассера при движении (контуры восстановлены с реальной теневой картины)

Каждому контуру ставится в соответствие трехмерный вектор  $\mathbf{V} = (V1, V2, V3)$ , компоненты которого выражаются через центральные моменты следующим образом:

$$V1 = M_{20} + M_{02}, \quad V2 = (M_{20} - M_{02})^2 + 4M_{11}^2, \quad V3 = (M_{30} - 3M_{12})^2 + (M_{21} - M_{03})^2.$$

**3.2. Отыскание одинаковых контуров на изображении.** В процессе движения выделенный контур может изменять свою форму, что приводит к изменению компонент вектора  $\mathbf{V}$ . Необходим идентификационный параметр (критерий), по значению которого можно судить о сходстве двух контуров.

Пусть  $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2$  — векторные представления контуров на соседних кадрах. Критерием сходства принимается угол между этими векторами, вычисляемый по формуле  $\theta = \arccos \frac{\mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{V}_2}{|\mathbf{V}_1| \cdot |\mathbf{V}_2|}$ . Угол  $\theta$  изменяется в диапазоне от 0 до  $\pi$  (углу 0 соответствуют одинаковые по форме контуры).

Будем выражать степень сходства в относительных единицах через параметр

$$K = \frac{\pi - \theta}{\pi}. \quad (2)$$

Для восстановления поля скорости необходимо идентифицировать пары похожих контуров на двух соседних кадрах. Идентификацию можно выполнять по следующему простому алгоритму:

- для каждого контура на данном кадре находится наиболее похожий контур на следующем кадре (если критерий сходства этих контуров больше некоторого порога, то контуры считаются одинаковыми);
- контур на втором кадре, скомбинированный с контуром на данном кадре, исключается из рассмотрения при поиске последующих пар с контурами на первом кадре.

Предварительные эксперименты показали, что этот алгоритм неэффективен, так как часто приводит к ошибочным результатам. Сбои возникают, когда эволюционирующий трассер (контур) сильно искажается на втором кадре и становится мало похожим на исходный, а приведенный выше алгоритм находит другой, более похожий на исходный, трассер в другом месте кадра (см. рис. 4), что приводит к ошибочной паре контуров и соответственно к ошибочному значению вектора скорости.

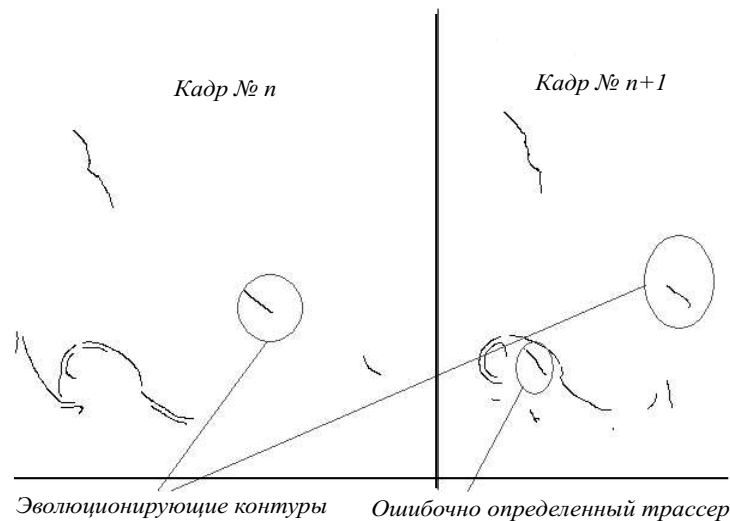


Рис. 4. Возникновение ошибочной пары контуров (трассеров)

Для снижения вероятности ошибок предлагается алгоритм, получивший название *метода рекурсивного поиска пар контуров*. Метод заключается в следующем.

- 1) Задается порог сходства контуров  $T$ .
- 2) Каждый контур  $C1_i$  на исходном (первом) кадре сравнивается со всеми контурами  $C2_j$  на последующем (втором) кадре (где  $i = 1, \dots, N1, j = 1, \dots, N2$ , а  $N1$  и  $N2$  — число контуров на первом и втором кадрах соответственно). Пусть  $K_j$  — значения параметра сходства контуров, вычисленные согласно (2). Если  $K_j > T$ , то контур  $C2_j$  заносится в список  $L_i$  контуров, похожих на  $C1_i$ .
- 3) Рекурсивный поиск. Считается, что контур  $C1_1$  образует пару с первым контуром из списка  $L_1$  (если список не пустой). Первый контур из списка  $L_1$  больше не образует пар с другими контурами  $C1_i$  ( $i \neq 1$ ). Далее на втором кадре ищется пара для контура  $C1_2$ . Проверяется, не скомбинирован ли уже первый контур из списка  $L_2$  (если он не пустой) с первым контуром  $C1_1$  на исходном кадре; если нет,

то первый контур из списка  $L_2$  комбинируется с контуром  $C1_2$ , если да, то с контуром  $C1_2$  комбинируется второй контур из списка  $L_2$  (если  $L_2$  содержит два и более элементов). Контур на втором кадре, скомбинированный с контуром  $C1_2$  на первом кадре, больше не может образовывать пар. Аналогично поступают с остальными контурами  $C1_i$ . Таким образом, мы получаем один вариант комбинаций пар контуров.

Задача рекурсивного метода состоит в рекурсивном поиске всех или определенного числа таких вариантов, что программно реализовано в виде рекурсии (отсюда название метода), и в последующем нахождении лучшего варианта.

После применения рекурсивного метода поиска пар контуров получается  $M$  вариантов комбинирования контуров, каждый из которых приводит к получению некоторого векторного поля. Для того чтобы выбрать наилучший вариант, необходим критерий, позволяющий оценить качество каждого варианта.

Рассмотрены следующие три критерия.

1) Максимальность среднего по варианту сходства контуров. Для каждого  $i$ -го варианта комбинаций пар контуров вычисляется среднее по всем парам контуров значение критерия сходства  $\bar{K}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N_i} K_{ij}$ , где  $N_i$  — число пар контуров в варианте  $i$ ,  $K_{ij}$  — значения параметра сходства контуров  $j$ -й пары варианта  $i$ . Среди всех  $\bar{K}_i$  ищется максимальное, а соответствующий максимальному среднему значению вариант считается лучшим.

2) Минимальность дисперсии сходства. Для каждого  $i$ -го варианта комбинаций пар контуров вычисляется по всем парам контуров дисперсия степени сходства  $D_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N_i} (K_{ij} - \bar{K}_i)^2$ . Среди всех значений  $D_i$  ищется минимальное, соответствующее минимальному значению дисперсии: этот вариант считается лучшим.

3) Минимальность дисперсии модуля вектора скорости. Данный критерий можно использовать в случае, когда движение точек среды осуществляется с примерно одинаковой по модулю скоростью. Поиск лучшего варианта комбинаций пар контуров с использованием данного критерия качества требует наибольших вычислительных затрат, так как необходимо предварительное восстановление полей по каждому из вариантов комбинаций пар контуров и последующее вычисление для каждого из таких полей дисперсии модуля скорости. Этот критерий можно модифицировать и потребовать минимальности среднего градиента скорости, предполагая тем самым определенную гладкость восстанавливаемых полей.

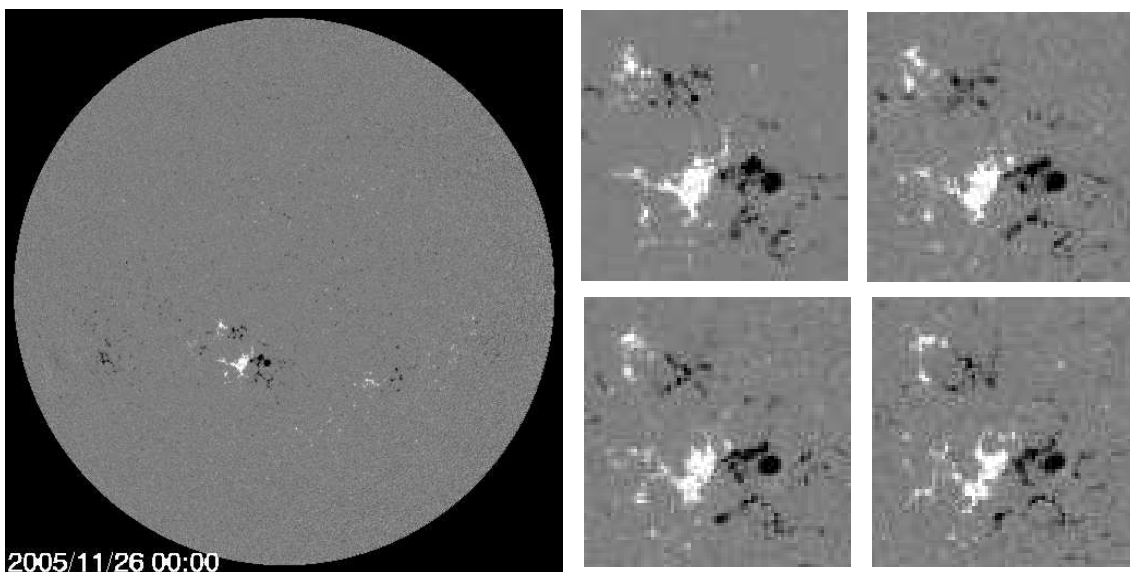


Рис. 5. Исходные магнитограммы: полное изображение поверхности Солнца и последовательность изображений выделенной области, по которым проводилось восстановление поля скорости

**4. Восстановление поля скорости на поверхности Солнца.** Для иллюстрации описанных выше методов восстановления поля скорости рассмотрим задачу о расчете скорости на поверхности конвективной оболочки Солнца. Восстановление структуры поля скорости в приповерхностном слое осуществляется

различными методами (см., например, недавнюю работу [5], посвященную методам реконструкции распределения вертикальной компоненты скорости по доплерограммам солнечной поверхности).

Мы обсудим возможность реконструкции структуры двумерного поля скорости на поверхности по магнитограммам. На магнитограммах отображается интенсивность  $z$ -компоненты вектора напряженности магнитного поля. В областях высокой интенсивности магнитного поля происходит подавление восходящих конвективных потоков горячей плазмы, что приводит к понижению температуры поверхности и возникновению темных пятен. Пятна (магнитное поле) увлекаются движущейся средой и служат, таким образом, трассерами скорости на поверхности конвективной оболочки. Пример магнитограммы солнечной поверхности, полученной космическим телескопом SOHO [6], показан на рис. 5. Структура возникающих пятен и характер их эволюции во времени позволяет предположить, что рассматриваемые методы восстановления поля скорости по распределенным трассерам могут обеспечить расчет крупномасштабного поля скорости на поверхности активных областей.

Поскольку Солнце вращается вокруг своей оси, трассеры участвуют в двух движениях: перемещении по диску вследствие вращения и сравнительно медленных локальных перемещениях, которые и представляют интерес. Для исключения компоненты поля скорости, связанной с вращением, хорошо зарекомендовал себя метод сегментной кросс-корреляции. Кроме того, поскольку ось вращения Солнца почти параллельна плоскости изображения, задача поиска максимально коррелирующего сегмента превращается в одномерную. После вычитания вращения получается последовательность изображений, представленная в правой части рис. 5.

Последующее восстановление картины движений в активной области выполняется контурным методом. Пример картины выделенных контуров показан на рис. 6 а. На рис. 6 б приведено усредненное по пяти последовательным парам изображений поле скорости, полученное при следующих параметрах реконструкции: максимальное число комбинаций пар контуров равнялось 1000, порог степени сходства устанавливался равным 99.8%, в качестве критерия выбора пар контуров использовался минимум дисперсии сходства.

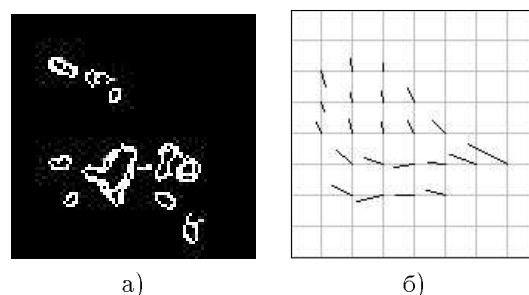


Рис. 6. Выделенные контуры и восстановленное поле скорости

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Raffel M., Willert C., Kompenhans J. Particle image velocimetry: a practical guide. Berlin: Springer, 1998.
2. Полудницин А.Н., Фрик П.Г., Чукулин М.С., Ястребов А.Г. Цифровые трассерные методы измерения скорости в турбулентных конвективных потоках // Гидродинамика. Вып. 14. Пермь: Пермский гос. ун-т, 2004. 191–199.
3. Прэнтл У. Цифровая обработка изображений. М.: Мир, 1982.
4. <http://matlab.exponenta.ru/imageprocess/book2/12.php>
5. Patrickeyev I., Mashnich G., Khlystova A., Zhang H. Correction of solar dopplergrams' large-scale flatfield // Вычислительные методы и программирование. 2005. 6, № 2. 130–133.
6. <http://sohowww.nascom.nasa.gov/>

Поступила в редакцию  
14.01.2006