

УДК 519.6

doi 10.26089/NumMet.v20r441

## НЕЛОКАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ АНАЛИЗА ДАННЫХ МОНОХРОМАТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ ПРОЦЕССА НАПЫЛЕНИЯ МНОГОСЛОЙНЫХ ПОКРЫТИЙ

И. В. Кочиков<sup>1</sup>, Ю. С. Лагутин<sup>2</sup>, А. А. Лагутина<sup>3</sup>, Д. В. Лукьяненко<sup>4</sup>,  
А. В. Тихонравов<sup>5</sup>, А. Г. Ягола<sup>6</sup>

Предложен новый алгоритм определения значений экстремумов измеряемой в процессе напыления многослойного покрытия зависимости значения коэффициента отражения от оптической толщины напыляемого слоя. Алгоритм использует физическую модель процесса напыления, что позволяет использовать все данные измерений, накопленные регистрирующим прибором во время напыления слоя, в отличие от классических подходов, которые хорошо описывают зависимость коэффициента отражения только вблизи ее экстремума. Эффективность предложенного подхода продемонстрирована на примере моделирования процесса напыления 20-слойного четвертьволнового зеркала.

**Ключевые слова:** вычислительные алгоритмы, анализ экспериментальных данных, тонкослойные покрытия, монохроматический оптический контроль.

**1. Введение.** С развитием современных технологий разработка и производство многослойных оптических покрытий находят свое применение во все большем числе областей науки и техники. К таким областям можно отнести, например, производство светоделительных фильтров, зеркал, поляризаторов, просветляющей оптики и многих других устройств со сложными оптическими характеристиками. В частности, оптические покрытия используются в объективах фотоаппаратов и медицинских приборах, они находят применение в качестве одной из степеней защиты банковских билетов. Широко известное открытие гравитационных волн обязано, в том числе, высококачественным зеркалам, содержащим в своей основе многослойные оптические покрытия, которые используются в интерферометрах LIGO [1, 2]. В связи с этим, развитие технологий производства высококачественных оптических покрытий — актуальная прикладная задача.

При производстве спроектированных многослойных оптических покрытий, обладающих желаемыми (целевыми) спектральными характеристиками, необходимо в процессе напыления надежно контролировать толщины слоев покрытия так, чтобы не выйти за допустимые границы вариации целевых спектральных характеристик итогового изделия. Для управления процессом напыления в настоящее время широко используется оптический контроль толщин слоев покрытия [3–5]. Различают широкополосный и монохроматический оптический контроль. При широкополосном контроле коэффициент отражения (либо пропускания) напыленного покрытия измеряется одновременно на большом числе длин волн, при монохроматическом — на одной длине волны, которая, однако, может меняться при переходе от одного слоя к другому. Большое количество параллельно собираемых данных на различных длинах волн при широкополосном оптическом контроле позволяют применять стратегии контроля, имеющие свои преимущества [6–9]. Однако при широкополосном контроле ошибки измерения коэффициента отражения (пропускания) регистрирующим прибором значительно больше, чем в случае монохроматического контроля, что связано с техническими особенностями процесса измерений [10]. Поэтому монохроматический оптический контроль является востребованным во многих приложениях [10, 11].

<sup>1</sup> Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ им. М. В. Ломоносова, Ленинские горы, 119992, Москва; профессор, e-mail: igor@kochikov.ru

<sup>2</sup> Физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова, Ленинские горы, 119991, Москва; студент, e-mail: lagutin.math@gmail.com

<sup>3</sup> Физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова, Ленинские горы, 119991, Москва; студент, e-mail: lagutina.math@gmail.com

<sup>4</sup> Физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова, Ленинские горы, 119991, Москва; доцент, e-mail: lukyanenko@physics.msu.ru

<sup>5</sup> Научно-исследовательский вычислительный центр МГУ им. М. В. Ломоносова, Ленинские горы, 119992, Москва; зав. лабораторией, e-mail: tikh@srcc.msu.ru

<sup>6</sup> Физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова, Ленинские горы, 119991, Москва; профессор, e-mail: yagola@physics.msu.ru

В настоящей статье рассматриваются математические аспекты анализа данных при монохроматическом контроле. При контроле толщин напыляемых слоев различают активную и пассивную стратегии оптического контроля. При пассивной стратегии все длины волн, на которых реализуется оптический контроль процесса напыления каждого очередного слоя, и уровни сигнала прекращения напыления каждого слоя (под уровнем сигнала прекращения напыления подразумевается заранее рассчитанное целевое значение коэффициента отражения/пропускания, которое соответствует целевой толщине напыляемого слоя) фиксируются еще до начала процесса напыления и не меняются в его процессе. При активной стратегии оптического контроля возможна коррекция уровней сигнала прекращения напыления слоев, что позволяет минимизировать влияние ошибок в толщинах уже напыленных слоев на спектральные характеристики изготавливаемого многослойного покрытия [12, 13]. Такую стратегию использует, например, компания Leuybold при реализации оптического контроля с помощью прибора OMS-5000 [14]. При этом применяются способы коррекции уровней сигнала прекращения напыления, использующие информацию о значениях экстремумов измеряемой в процессе напыления зависимости коэффициента отражения от оптической толщины напыляемого слоя. Для реализации разработанной активной стратегии оптического контроля необходимо как можно точнее находить эти значения.

В нашей работе предложен нелокальный алгоритм определения значений экстремумов измеряемой в процессе напыления зависимости значения коэффициента отражения от оптической толщины напыляемого слоя. Классические алгоритмы предсказания положения и определения значений экстремумов коэффициента основываются на использовании только некоторого последовательного фиксированного набора данных измерений, начиная с последнего из них в обратном порядке, для аппроксимации соответствующей функции полиномом второй степени. Такой способ нахождения экстремума функции будем называть “параболическим”, или локальным алгоритмом, так как он использует ограниченный набор данных измерений. В случае напыления оптического покрытия, исходя из физической модели этого процесса, можно вывести аналитическое выражение для зависимости коэффициента отражения от оптической толщины. Это позволяет построить нелокальный алгоритм определения экстремумов коэффициента отражения, использующий все данные измерений, накопленные регистрирующим прибором во время напыления очередного слоя.

Статья построена следующим образом. В разделе 2 приведен вывод формулы, определяющей зависимость коэффициента отражения напыляемого слоя от его оптической толщины. В разделе 3 приведено описание нелокального алгоритма, используемого для практического определения значений экстремумов упомянутой выше функции. В разделе 4 на примере моделирования процесса напыления 20-слойного четвертьволнового зеркала демонстрируется эффективность предложенного алгоритма.

**2. Вывод аппроксимирующей формулы.** Рассмотрим некоторое покрытие с физическими толщинами  $d_1, \dots, d_N$ , где  $N$  — общее число слоев напыляемого покрытия. При напылении покрытия оптический прибор в каждый момент времени регистрирует энергетический коэффициент отражения  $R$ . Выведем зависимость коэффициента отражения  $R$  от фазовой толщины напыляемого слоя  $\varphi$ , которая для напыляемого  $j$ -го слоя в момент времени  $t$  определяется как

$$\varphi(t) = \frac{2\pi}{\lambda_m} n_j r_d (t - t_0^j).$$

Здесь  $\lambda_m$  — длина волны мониторинга (длина волны, на которой осуществляется монохроматический контроль, для каждого напыляемого слоя может быть своей),  $n_j$  — показатель преломления материала  $j$ -го слоя,  $r_d$  — скорость напыления,  $t$  — время напыления слоя,  $t_0^j$  — время начала напыления  $j$ -го слоя.

Для нахождения искомой зависимости используем понятие адмиттанса [15]. Адмиттанс напыляемого  $j$ -го слоя  $A$  на границе с внешней средой в момент времени  $t$  выражается через адмиттанс  $\hat{A}$  на границе  $j$ -го и  $(j - 1)$ -го слоев по формуле

$$A(t) = \frac{i n_j \sin \varphi(t) + \hat{A} \cos \varphi(t)}{\cos \varphi(t) + (i/n_j) \hat{A} \sin \varphi(t)}. \quad (1)$$

На границе 1-го слоя и подложки адмиттанс определяется как  $A = n_s$ , где  $n_s$  — показатель преломления подложки. Введем обозначения для действительной и мнимой части адмиттанса:  $\hat{A}_{\text{re}} = \text{Re}(\hat{A})$ ,  $\hat{A}_{\text{im}} = \text{Im}(\hat{A})$ .

Амплитудный коэффициент отражения  $r(t)$  связан с адмиттансом выражением

$$r(t) = \frac{n_a - A(t)}{n_a + A(t)}, \quad (2)$$

где  $n_a$  — показатель преломления внешней среды (далее считается, что внешняя среда воздух и  $n_a = 1$ ),  $\gamma_a$  — угол падения света из среды на покрытие.

Подставим (2) в (1) и получим формулу для энергетического коэффициента отражения  $R(t)$ :

$$R(t) = |r(t)|^2 = \frac{C_1 + (a \cos(2\varphi(t)) + b \sin(2\varphi(t)))}{C_2 + (a \cos(2\varphi(t)) + b \sin(2\varphi(t)))},$$

$$\text{где } \begin{cases} C_1 = \frac{1}{2} \left( (\hat{A}_{\text{re}}^2 + \hat{A}_{\text{im}}^2)(n_j^2 + n_a^2) + n_j^2 n_a (n_a - 4\hat{A}_{\text{re}}) \right), \\ C_2 = \frac{1}{2} \left( (\hat{A}_{\text{re}}^2 + \hat{A}_{\text{im}}^2)(n_j^2 + n_a^2) + n_j^2 n_a (n_a + 4\hat{A}_{\text{re}}) \right), \\ a = \frac{1}{2} (\hat{A}_{\text{re}}^2 + \hat{A}_{\text{im}}^2 - n_j^2)(n_j^2 - n_a^2), \quad b = \hat{A}_{\text{im}} n_j (n_j^2 - n_a^2). \end{cases}$$

Заметим, что полученная формула не учитывает коэффициент отражения  $R_b$  от задней поверхности подложки, на которую наносится покрытие. Полная величина энергетического коэффициента отражения  $R_{\text{full}}$  с учетом конечной толщины подложки и возможного наличия поглощения в ней задается формулой

$$R_{\text{full}} = R + \frac{\sigma^2 R_b T^2}{1 - \sigma^2 R_b R}, \quad \text{где } R_b = \left| \frac{n_s - n_a}{n_s + n_a} \right|^2, \quad \sigma = \exp\left(-\frac{4\pi d_s \chi}{\lambda_m}\right).$$

Здесь  $\chi$  — коэффициент поглощения подложки,  $d_s$  — ее толщина.

Пусть само многослойное покрытие не поглощает. Тогда коэффициент пропускания  $T = 1 - R$ . Обозначим  $k_R = \sigma^2 R_b$  и преобразуем выражение для  $R_{\text{full}}$  к виду

$$R_{\text{full}} = R + \frac{k_R(1 - R)^2}{1 - k_R R} = \frac{k_R + R(1 + 2k_R)}{1 - k_R R}.$$

Подставив выражение для  $R$  в  $R_{\text{full}}$ , получим

$$R_{\text{full}} = \frac{C'_1 + (a' \cos(2\varphi(t)) + b' \sin(2\varphi(t)))}{C'_2 + (a' \cos(2\varphi(t)) + b' \sin(2\varphi(t)))}, \quad \text{где } \begin{cases} C'_1 = C_1(2k_R - 1) - C_2 k_R, \\ C'_2 = C_1 k_R - C_2, \\ a' = a(k_R - 1), \quad b' = b(k_R - 1). \end{cases}$$

Таким образом, зависимость энергетического коэффициента отражения  $R$  от фазовой толщины  $\varphi$  напыляемого слоя может быть представлена в виде

$$R(\varphi) = \frac{C_1 + (a \cos(2\varphi) + b \sin(2\varphi))}{C_2 + (a \cos(2\varphi) + b \sin(2\varphi))} \tag{3}$$

либо, с учетом того, что  $\varphi = \varphi(t)$ , может быть представлена как зависимость энергетического коэффициента отражения  $R$  от времени напыления:

$$R(t) \equiv R(\varphi(t)) = \frac{C_1 + (a \cos(2\varphi(t)) + b \sin(2\varphi(t)))}{C_2 + (a \cos(2\varphi(t)) + b \sin(2\varphi(t)))}. \tag{4}$$

Поскольку на практике энергетический коэффициент отражения  $R$  обычно измеряется в процентах, далее будем предполагать, что мы выполнили переопределение  $R := R \cdot 100$  и переопределенное  $R$  измеряется в процентах.

*Замечание.* Общий вид формул (3) и (4) остается таким же, если рассмотреть случай наклонного падения поляризованного света. Изменения коснутся лишь выражений для коэффициентов  $C_1, C_2, a$  и  $b$ .

Преобразуем формулы (3) и (4) с учетом указанного переопределения так, чтобы в дальнейшем упростить процедуру решения задачи, и перепишем их в виде

$$z = \alpha x + \beta y + \gamma, \tag{5}$$

где

$$x = \cos(2\varphi), \quad y = \sin(2\varphi), \quad z(w) = -\frac{1}{w}, \quad w = 100 - R. \tag{6}$$

Новые коэффициенты  $\alpha, \beta, \gamma$  связаны со старыми коэффициентами  $C_1, C_2, a, b$  в (3) и (4) как

$$\alpha = 100 \frac{a}{C_1 - C_2}, \quad \beta = 100 \frac{b}{C_1 - C_2}, \quad \gamma = 100 \frac{C_2}{C_1 - C_2}.$$

**3. Алгоритм определения значений экстремумов.** Пусть производится равномерное со скоростью  $r_d$  напыление  $j$ -го слоя с показателем преломления  $n_j$  и в моменты времени  $t_k$ , начиная с момента времени  $t_0^j$ , измеряются значения коэффициента отражения  $R_k^{\text{meas}}$  на длине волны  $\lambda_m$ . Будем предполагать, что коэффициент отражения  $R_k^{\text{meas}}$  измеряется со случайной ошибкой  $\delta R$ , которая распределена нормально со стандартным отклонением  $\sigma_R$ . За  $l$  измерений получим последовательность экспериментальных данных  $\{(t_k, R_k)\}_{k=1}^l$ . Задача состоит в том, чтобы восстановить незашумленную функцию  $R^{\text{act}}(t)$  (4), которая наилучшим образом аппроксимирует набор экспериментальных данных  $\{(t_k, R_k^{\text{meas}})\}_{k=1}^l$ , и определить ее экстремальные значения  $R_{\text{turn}}^{\text{act}}$ . Используем для этого следующий алгоритм.

Каждому результату измерений  $(t_k, R_k^{\text{meas}})$ ,  $k = \overline{1, l}$ , сопоставим набор значений  $(x_k, y_k, z_k(w_k))$ , который вычисляется по формулам (6):

$$x_k = \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda_m} n_j r_d (t_k - t_0^j)\right), \quad y_k = \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda_m} n_j r_d (t_k - t_0^j)\right), \quad w_k = 100 - R_k^{\text{meas}}, \quad z_k(w_k) = -\frac{1}{w_k}.$$

После подстановки этого набора значений для каждого  $k = \overline{1, l}$  в уравнение (5) получим

$$z_k = \alpha x_k + \beta y_k + \gamma, \quad k = \overline{1, l}.$$

Будем считать, что  $l > 3$ . Заметим, что в конце напыления каждого слоя  $l \gg 1$ . Для нахождения коэффициентов  $\alpha, \beta, \gamma$  необходимо решить переопределенную систему линейных алгебраических уравнений. Будем решать эту задачу методом наименьших квадратов с весами, т.е. искать минимум следующего функционала:

$$F(\alpha, \beta, \gamma) = \sum_{k=1}^l \left( \frac{z_k - (\alpha x_k + \beta y_k + \gamma)}{\sigma_{z_k}} \right)^2. \quad (7)$$

Здесь в качестве весовых коэффициентов используются стандартные отклонения  $\sigma_{z_k}$  случайной величины  $z_k$ , вообще говоря, разные для каждого  $k$ . С  $\sigma_R$  они связаны соотношением

$$\sigma_{z_k} = \frac{\sigma_R}{(100 - R_k)^2} \approx \frac{\sigma_R}{(100 - R_k^{\text{meas}})^2} = \frac{\sigma_R}{w_k^2},$$

где  $R_k$  — истинный коэффициент отражения в момент времени  $t_k$ .

Вектор  $X = (\alpha \beta \gamma)^T$ , набор компонентов которого реализует минимум функционала (7), может быть найден как

$$X = L^{-1} f, \quad \text{где} \\ L = \sum_{k=1}^l w_k^4 \begin{pmatrix} x_k^2 & x_k y_k & x_k \\ x_k y_k & y_k^2 & y_k \\ x_k & y_k & 1 \end{pmatrix}, \quad f = \sum_{k=1}^l (-w_k^3) \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

В результате мы получаем выражение для  $R^{\text{act}}(t)$ , которое наилучшим образом аппроксимирует последовательность экспериментальных данных  $\{(t_k, R_k^{\text{meas}})\}_{k=1}^l$ :

$$R^{\text{act}}(t) = 100 + \frac{1}{\alpha \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda_m} n_j r_d (t - t_0^j)\right) + \beta \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda_m} n_j r_d (t - t_0^j)\right) + \gamma}. \quad (9)$$

Из (9) следует, что оба экстремальных значения  $R$  определяются как

$$R_{\text{turn}}^{\text{act}} = 100 + \frac{1}{\gamma \pm \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}, \quad (10)$$

где знак минус соответствует максимальному значению, а плюс — минимальному.

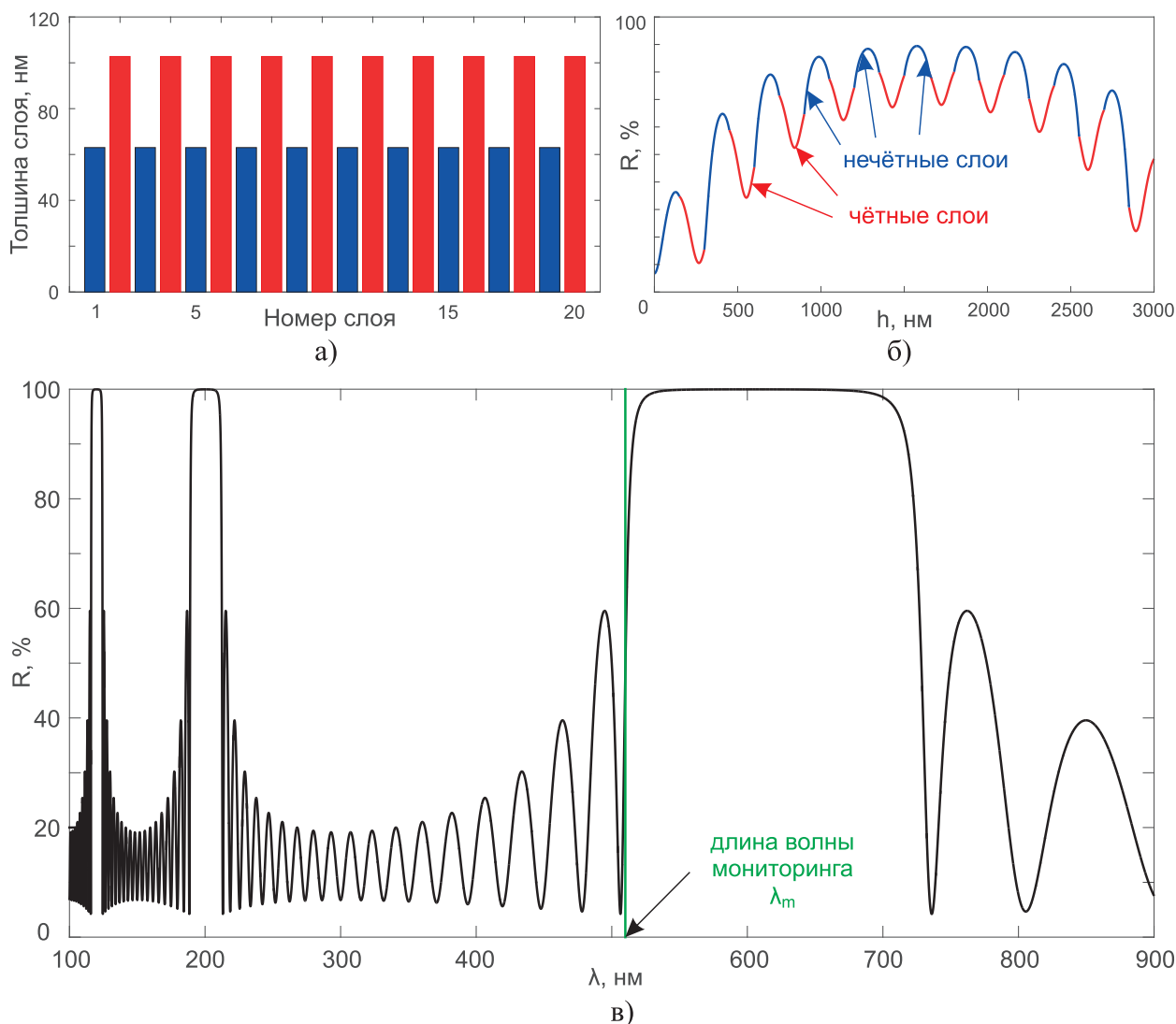


Рис. 1. Четвертьволновое зеркало QWM-20: а) физические толщины  $\{d_j\}_{j=1}^{20}$  слоев; б) зависимость коэффициента отражения  $R$  от оптической толщины  $h$  при постоянной для всех слоев длине волны мониторинга  $\lambda_m = 510$  нм; в) зависимость коэффициента отражения  $R$  от длины волны  $\lambda$  — целевая спектральная характеристика

В соответствии с априорной информацией о толщине напыляемого слоя  $d_j$  можно определить, будет ли достигнут какой-либо экстремум в процессе напыления  $j$ -го слоя или нет, а если будет, то будет ли первым максимумом или минимумом. На основе этой информации выбирается знак в (10).

Нахождение экстремального значения  $R_{\text{turn}}^{\text{act}}$  коэффициента отражения по описанному выше алгоритму назовем нелокальным алгоритмом.

*Замечание.* Формулы (8) содержат суммы. Этот факт позволяет экономно пересчитывать коэффициенты  $\alpha, \beta, \gamma$ , уточняя искомые значения  $R_{\text{turn}}^{\text{act}}$  для каждого очередного  $k = \overline{1, l}$  и используя уже обработанные данные для  $\overline{1, k-1}$ . Для этого необходимо при получении нового измерения  $(t_{l+1}, R_{l+1}^{\text{meas}})$  вычислить соответствующие им  $(x_{l+1}, y_{l+1}, w_{l+1})$  и переопределить  $L$  и  $f$ , добавив к ним слагаемое, соответствующее новому полученному измерению:

$$L := L + w_{l+1}^4 \begin{pmatrix} x_{l+1}^2 & x_{l+1}y_{l+1} & x_{l+1} \\ x_{l+1}y_{l+1} & y_{l+1}^2 & y_{l+1} \\ x_{l+1} & y_{l+1} & 1 \end{pmatrix}, \quad f := f - w_{l+1}^3 \begin{pmatrix} x_{l+1} \\ y_{l+1} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

**4. Численные эксперименты.** Для демонстрации эффективности предложенного алгоритма было проведено моделирование процесса напыления 20-слойного четвертьволнового зеркала QWM-20 (QWM  $\equiv$  Quarter Wave Mirror), которое имеет спектральную характеристику с наибольшим коэффициентом отра-

жения на длине волны  $\lambda_0 = 600$  нм (см. рис. 1в). Это покрытие состоит из 20 чередующихся слоев (см. рис. 1а) с показателями преломления нечетных и четных слоев  $n_H = 2.38$  и  $n_L = 1.46$  соответственно. Каждый  $j$ -й слой покрытия имеет физическую толщину  $d_j$ , такую, что оптические толщины  $h_j$  одинаковы для всех слоев и равны  $h_j = d_j n_j = \lambda_0/4 = 150$  нм. Напыление начинается со слоя с высоким показателем преломления  $n_H$ . Подложка, на которую производится напыление, имеет показатель преломления  $n_s = 1.46$ . Внешняя среда — воздух с показателем преломления  $n_a = 1$ . В модели процесса напыления не учитывается дисперсия показателей преломления  $n_a, n_s, n_H, n_L$ .

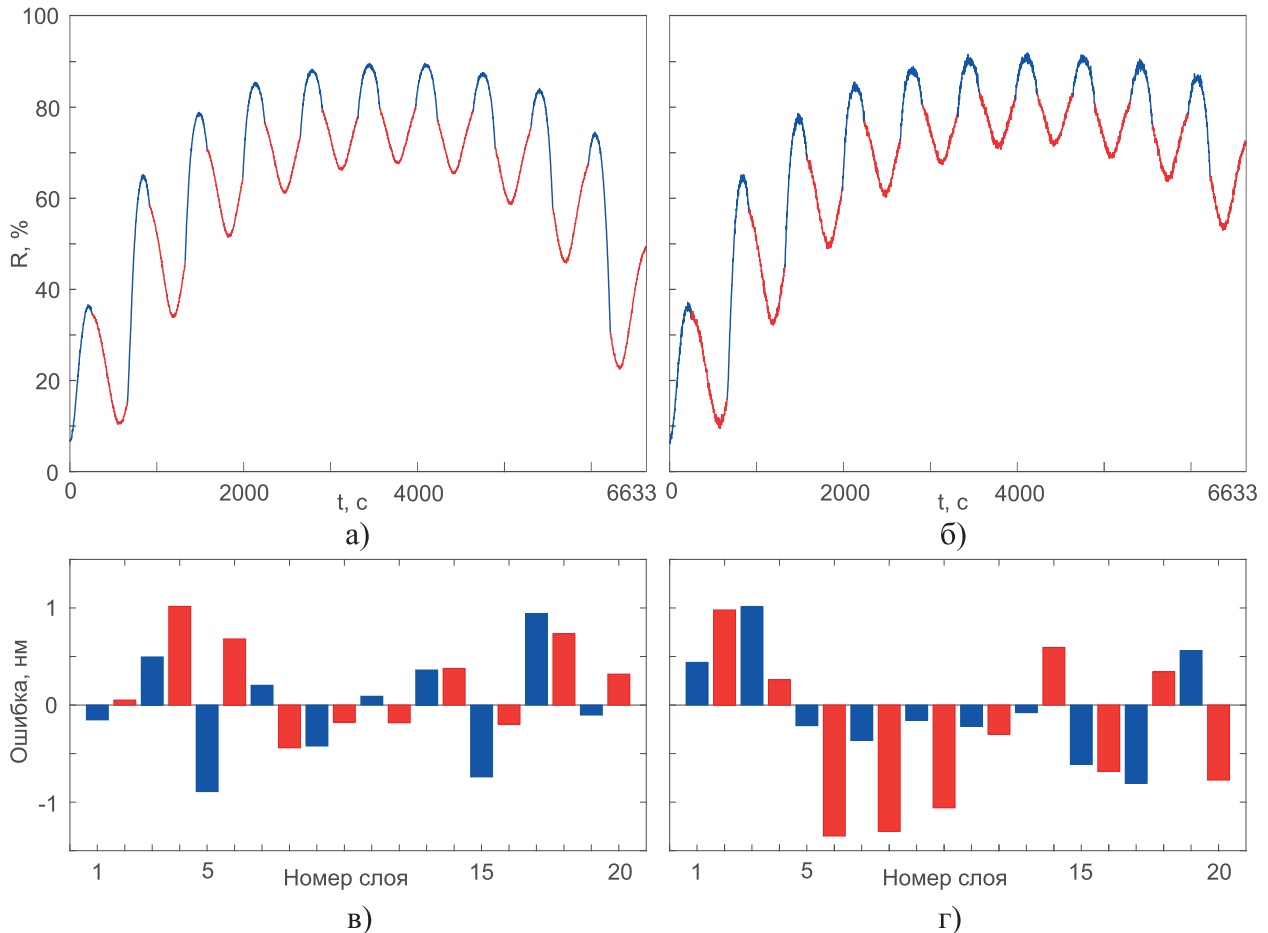


Рис. 2. Смоделированная зависимость коэффициента отражения от времени напыления покрытия для уровней погрешностей: а)  $\sigma_R = 0.2\%$ , б)  $\sigma_R = 0.5\%$ . Соответствующие ошибки в толщинах слоев: (в) и (г)

Моделирование процесса напыления было реализовано следующим образом.

1. Зададим константы: скорость напыления  $r_d$ ; стандартное отклонение скорости напыления  $\sigma_r$ ; стандартное отклонение коэффициента отражения  $\sigma_R$ ; шаг по времени  $\tau$ , с которым производятся измерения; количество слоев  $N$  (в нашем случае  $N = 20$ ); набор толщин слоев  $d_j, j = \overline{1, N}$ , и соответствующих показателей преломления  $n_j, j = \overline{1, N}$ .
2. Зададим для первого слоя:  $t_0^1 := 0, t_0 := 0$  и  $d_1^0 := 0$ .
3. Зададим  $j := 1$  и  $m := 1$ .
4. Вычислим время нового измерения  $t_m := t_{m-1} + \tau$ .
5. Зададим “реальную” скорость напыления  $r_m := r_d + \delta r_m$ , где  $\delta r_m$  — несмещенная нормально распределенная случайная величина со стандартным отклонением  $\sigma_r$ .
6. Вычислим толщину слоя в момент нового измерения  $d_j^m := d_j^{m-1} + r_m(t_m - t_{m-1})$ .

7. Вычислим  $R_m^{\text{meas}} = R(t_m) + \delta R_m$ , где  $R(d_j^m)$  – “истинный” коэффициент отражения уже напыленного покрытия в момент времени  $t_m$ ,  $\delta R_m$  – несмещенная нормально распределенная случайная величина со стандартным отклонением  $\sigma_R$ .

8. Проверим условие  $(t_m + \tau - t_0^j)r_d \geq d_j$ .

Если оно выполнено, то переопределим  $m := m + 1$ , и новое  $t_m$  находится из условия  $(t_m - t_0^j)r_d = d_j$  и  $r_m = r_d + (t_m - t_{m-1})\delta r_m$ . Запомним индекс  $m_j$  прекращения напыления  $j$ -го слоя (для последующих вычислений  $R(d_m)$ ). Увеличим номера слоя  $j := j + 1$ . Если  $j > N$ , то прекращаем реализацию алгоритма.

Если условие не выполнено, то переопределим  $m := m + 1$  и перейдем на шаг 4.

В качестве тестовых были заданы следующие параметры моделирования процесса напыления: излучение падает под прямым углом к покрытию; поглощение в слоях и подложке не учитываются; временной интервал между измерениями  $\tau = 2$  с; скорость напыления  $r_d = 0.25$  нм/с; случайная флуктуация скорости напыления распределена нормально со стандартным отклонением  $\sigma_r = 0.025$  нм/с.

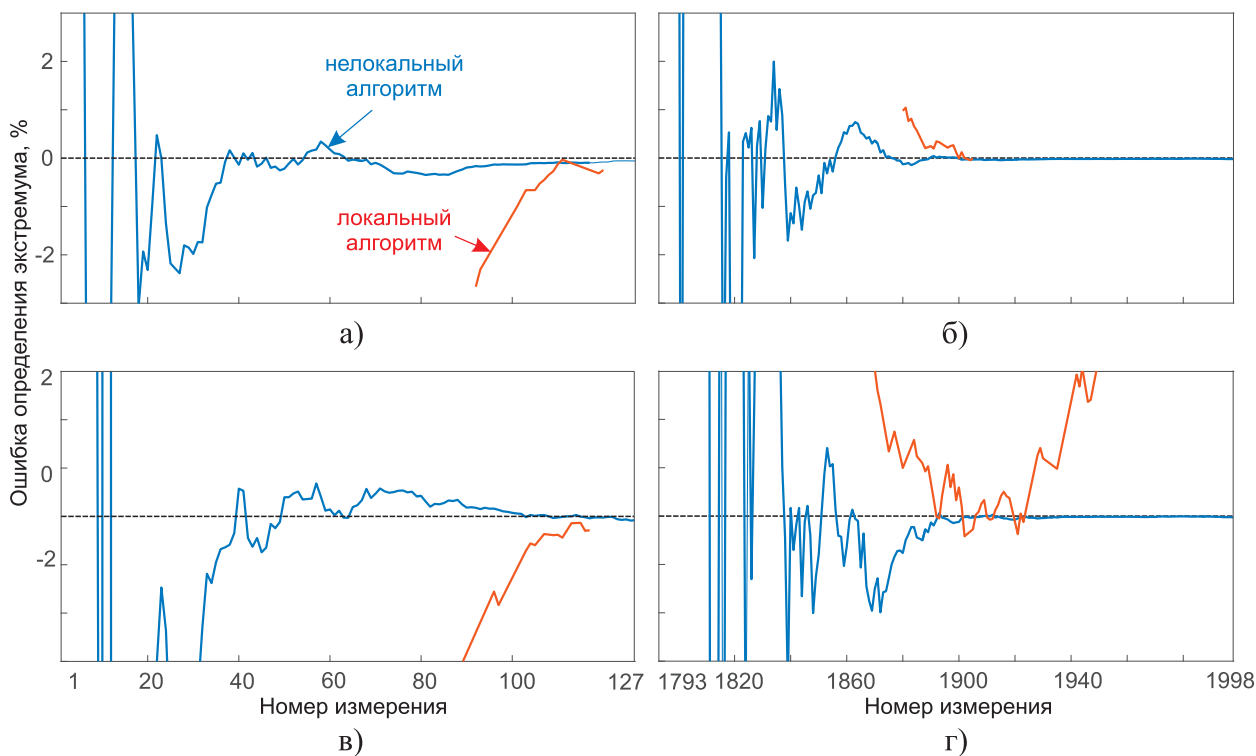


Рис. 3. Сравнение эффективности нахождения экстремумов локальным и нелокальным алгоритмами.

Эксперимент 1 для  $\sigma_R = 0.2\%$ : а) слой  $j = 1$ , в) слой  $j = 12$ . Эксперимент 2 для  $\sigma_R = 0.5\%$ :

б) слой  $j = 1$ , г) слой  $j = 12$

При монохроматическом оптическом контроле для достижения большей точности необходимо выбрать такую длину волны, на которой для всех слоев разность между экстремальными значениями в процессе напыления была бы как можно больше, а значение сигнала, при котором необходимо прерывать напыление, было бы удалено как можно дальше от экстремумов (подробности обоснования такого подхода можно найти, например, в [16]). В результате построения зависимостей  $R(h)$  для различных  $\lambda_m \in [100, 900]$  нм была выбрана  $\lambda_m = 510$  нм как хорошо удовлетворяющая описанным выше условиям (см. рис. 1б).

Было проведено моделирование с различным уровнем ошибок измеряемого коэффициента отражения. В эксперименте 1 стандартное отклонение было задано на уровне  $\sigma_R = 0.2\%$ , в эксперименте 2 – на уровне  $\sigma_R = 0.5\%$ . Смоделированные результаты измерений коэффициента отражения от времени для эксперимента 1 изображены на рис. 2а, для эксперимента 2 – на рис. 2б, а соответствующие ошибки в толщинах слоев изображены на рис. 2в и 2г соответственно.

*Замечание.* Ошибки в толщинах  $d_j^{m_j} - d_j$  при выбранном способе моделирования появляются из-за ошибки в определении времени, необходимого для напыления слоя толщины  $d_j$ , которая в свою очередь

возникает из-за наличия ошибки в скорости напыления  $\delta r_m$ . Ошибки в толщинах слоев изображены на рис. 2в и 2г.

Для сравнения с разработанным нелокальным алгоритмом выбран локальный “параболический” алгоритм, аппроксимирующий фиксированное число  $n_p$  последних данных измерений  $\{(t_k, R_k)\}_{k=(l-n_p+1)}^l$  с помощью функции

$$R^{\text{act}}(t) = a_1 t^2 + a_2 t + a_3.$$

При выборе параметра аппроксимации  $n_p$  нужно учитывать, что увеличение  $n_p$  позволяет лучше сглаживать экспериментальные ошибки, но, с другой стороны, расширяет аппроксимируемую область данных, в которой отличие  $R(t)$  от полинома второй степени может стать существенным.

Расчеты были проведены для  $n_p = 15$ . В “параболическом” алгоритме экстремум  $R^{\text{act}}(t)$  считается найденным, если точка  $t_{\text{ext}} = -a_2/(2a_1)$ , реализующая экстремум, удовлетворяет условию  $t \in [t_{l-n_p+1}, t_l]$ . В этом случае  $R_{\text{turn}}^{\text{act}}$  определяется по формуле  $R_{\text{turn}}^{\text{act}} = a_1 t_{\text{ext}}^2 + a_2 t_{\text{ext}} + a_3$ .

Сравнение работы алгоритмов по поиску экстремальных значений коэффициента отражения представлено на рис. 3. На рис. 3а и 3в изображен результат динамического поиска экстремумов на основе данных измерений, полученных в эксперименте 1, а на рис. 3б и 3г изображен результат на основе данных измерений, полученных в эксперименте 2. На рис. 3а и 3в напыление первого слоя происходит в пределах номеров измерений  $m = \overline{1, 127}$  (напомним, что время между измерениями  $\tau = 2$  с). На рис. 3б и 3г напыление двенадцатого слоя происходит в пределах номеров итераций  $m = \overline{1793, 1998}$ . Для нелокального алгоритма оценка значения экстремума начинается после пяти первых измерений. Видно, что нелокальный алгоритм дает незначительные ошибки уже при небольшом количестве измерений, т.е. значительно раньше, чем локальный.

**5. Заключение.** Проведенное в работе сравнение классического локального и предложенного авторами нелокального алгоритмов определения экстремальных значений коэффициента отражения продемонстрировало, что предложенный нелокальный алгоритм обладает высокой точностью и стабильно предсказывает соответствующие экстремальные значения, причем намного раньше достижения этих значений. Тем самым показано, что предложенный нелокальный алгоритм может с успехом использоваться при разработке методов монохроматического контроля процесса напыления оптических покрытий.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16–11–10219).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Harry G.M., Armandula H., Black E., Crooks D.R.M., Cagnoli G., Hough J., Murray P., Reid S., Rowan S., Sneddon P., Fejer M.M., Route R., Penn S.D. Thermal noise from optical coatings in gravitational wave detectors // *Applied Optics*. 2006. **45**, N 7. 1569–1574.
2. Lyons T.T., Regehr M.W., Raab F.J. Shot noise in gravitational-wave detectors with Fabry–Perot arms // *Applied Optics*. 2000. **39**, N 36. 6761–6770.
3. Tikhonravov A.V., Trubetskov M.K., Amotchkina T.V. Optical monitoring strategies for optical coating manufacturing // *Optical Thin Films and Coatings*. Cambridge: Woodhead, 2013. 62–93.
4. Zoeller A., Boos M., Hagedorn H., Kobiak A., Reus H., Romanov B. Direct optical monitoring enables high performance applications in mass production // *Proc. Optical Interference Coatings, OSA Technical Digest*. Washington DC: Optical Society of America, 2007. doi 10.1364/OIC.2007.WC3.
5. Macleod H.A. *Thin-film optical filters*. Boca Raton: CRC Press, 2010.
6. Тихонравов А.В., Кочиков И.В., Матвиевко И.А., Шарипова С.А., Ягола А.Г. Оценки, связанные с механизмом самокомпенсации ошибок в процессе напыления оптических покрытий // *Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон.* 2018. № 6. 50–54.
7. Tikhonravov A.V., Kochikov I.V., Yagola A.G. Error self-compensation mechanism in the optical coating production with direct broad band monitoring // *Optics Express*. 2017. **25**, N 22. 27225–27233.
8. Tikhonravov A.V., Kochikov I.V., Yagola A.G. Investigation of the error self-compensation effect associated with direct broad band monitoring of coating production // *Optics Express*. 2018. **26**, N 19. 24964–24972.
9. Tikhonravov A., Kochikov I., Isaev T., Lukyanenko D., Yagola A. Online characterization algorithms for optical coating production with broadband monitoring // *Coatings*. 2018. **8**, N 323. 1–11. doi 10.3390/coatings8090323.
10. Zoeller A., Boos M., Goetzmann R., Hagedorn H., Klug W. Substantial progress in optical monitoring by intermittent measurement technique // *Proc. SPIE*. 2005. **5963**. doi 10.1117/12.624865.
11. Zöllner A., Boos M., Hagedorn H., Romanov B. Computer simulation of coating processes with monochromatic monitoring // *Proc. SPIE*. 2008. **7101**. doi 10.1117/12.797612.
12. Tikhonravov A.V., Trubetskov M.K. Elimination of cumulative effect of thickness errors in monochromatic monitoring of optical coating production: theory // *Applied Optics*. 2007. **46**, N 11. 2084–2090.



13. Tikhonravov A.V., Trubetskov M.K., Amotchkina T.V. Computational experiments on optical coating production using monochromatic monitoring strategy aimed at eliminating a cumulative effect of thickness errors // *Applied Optics*. 2007. **46**, N 28. 6936–6944.
14. Zoeller A., Boos M., Hagedorn H., Klug W., Schmidt C. High accurate in-situ optical thickness monitoring // *Proc. Optical Interference Coatings*, OSA Technical Digest. Washington DC: Optical Society of America, 2004. doi 10.1364/OIC.2004.TuE10.
15. Furman Sh.A., Tikhonravov A.V. Basics of optics of multilayer systems. Gif-sur-Yvette Cedex: Frontieres, 1992.
16. Trubetskov M., Amotchkina T., Tikhonravov A.V. Automated construction of monochromatic monitoring strategies // *Applied Optics*. 2015. **54**, N 8. 1900–1909.

Поступила в редакцию  
07.10.2019

---

### A Nonlocal Algorithm for Analyzing the Data of Monochromatic Optical Control in the Process of Multilayer Coating Deposition

I. V. Kochikov<sup>1</sup>, Yu. S. Lagutin<sup>2</sup>, A. A. Lagutina<sup>3</sup>, D. V. Lukyanenko<sup>4</sup>,  
A. V. Tikhonravov<sup>5</sup>, and A. G. Yagola<sup>6</sup>

<sup>1</sup> *Research Computing Center, Lomonosov Moscow State University; Leninskie Gory, Moscow, 119992, Russia; Dr. Sci., Professor, e-mail: igor@kochikov.ru*

<sup>2</sup> *Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics; Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia; Student, e-mail: lagutin.math@gmail.com*

<sup>3</sup> *Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics; Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia; Student, e-mail: lagutina.math@gmail.com*

<sup>4</sup> *Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics; Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia; Ph.D., Associate Professor, e-mail: lukyanenko@physics.msu.ru*

<sup>5</sup> *Research Computing Center, Lomonosov Moscow State University; Leninskie Gory, Moscow, 119992, Russia; Dr. Sci., Professor, Head of Laboratory, e-mail: tikh@srcc.msu.ru*

<sup>6</sup> *Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics; Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia; Dr. Sci., Professor, e-mail: yagola@physics.msu.ru*

Received October 7, 2019

**Abstract:** A new algorithm for determining the extrema in the dependence of the reflection coefficient on the optical thickness of the deposited layer is proposed. This reflection coefficient is measured during the deposition process of a multilayer coating. The proposed algorithm uses a physical model of the deposition process, which makes it possible to use all the measurement data accumulated by a recording device during the deposition of the layer in contrast to the classical approaches that adequately describe the dependence of the reflection coefficient only near its extremum. The efficiency of the proposed approach is shown by an example of modeling the deposition process for a 20-layer quarter-wave mirror.

**Keywords:** numerical algorithms, experimental data analysis, thin film coatings, monochromatic optical control.

#### References

1. G. M. Harry, H. Armandula, E. Black, et al., “Thermal Noise from Optical Coatings in Gravitational Wave Detectors,” *Appl. Opt.* **45** (7), 1569–1574 (2006).
2. T. T. Lyons, M. W. Regehr, and F. J. Raab, “Shot Noise in Gravitational-Wave Detectors with Fabry–Perot Arms,” *Appl. Opt.* **39** (36), 6761–6770 (2000).
3. A. V. Tikhonravov, M. K. Trubetskov, and T. V. Amotchkina, “Optical Monitoring Strategies for Optical Coating Manufacturing,” in *Optical Thin Films and Coatings* (Woodhead, Cambridge, 2013), pp. 62–93.
4. A. Zoeller, M. Boos, H. Hagedorn, et al., “Direct Optical Monitoring Enables High Performance Applications in Mass Production,” in *Proc. Optical Interference Coatings Conference, Tucson, USA, June 3–8, 2007* (Optical Society of America, Washington DC, 2007), doi 10.1364/OIC.2007.WC3

5. H. A. Macleod, *Thin-Film Optical Filters* (CRC Press, Boca Raton, 2010).
6. A. V. Tikhonravov, I. V. Kochikov, I. A. Matvienko, et al., “Estimates Related to the Error Self-Compensation Mechanism in Optical Coatings Deposition,” *Vestn. Mosk. Univ., Ser. 3: Fiz. Astron.*, No. 6, 50–54 (2018) [*Moscow Univ. Phys. Bull.* **73** (6), 627–631 (2018)].
7. A. V. Tikhonravov, I. V. Kochikov, and A. G. Yagola, “Error Self-Compensation Mechanism in the Optical Coating Production with Direct Broad Band Monitoring,” *Opt. Express* **25** (22), 27225–27233 (2017).
8. A. V. Tikhonravov, I. V. Kochikov, and A. G. Yagola, “Investigation of the Error Self-Compensation Effect Associated with Direct Broad Band Monitoring of Coating Production,” *Opt. Express* **26** (19), 24964–24972 (2018).
9. A. Tikhonravov, I. Kochikov, T. Isaev, et al., “Online Characterization Algorithms for Optical Coating Production with Broadband Monitoring,” *Coatings* **8** (2018). doi 10.3390/coatings8090323
10. A. Zoeller, M. Boos, R. Goetzmann, et al., “Substantial Progress in Optical Monitoring by Intermittent Measurement Technique,” *Proc. SPIE* **5963** (2005). doi 10.1117/12.624865
11. A. Zöller, M. Boos, H. Hagedorn, and B. Romanov, “Computer Simulation of Coating Processes with Monochromatic Monitoring,” *Proc. SPIE* **7101** (2008). doi 10.1117/12.797612
12. A. V. Tikhonravov and M. K. Trubetskov, “Elimination of Cumulative Effect of Thickness Errors in Monochromatic Monitoring of Optical Coating Production: Theory,” *Appl. Opt.* **46** (11), 2084–2090 (2007).
13. A. V. Tikhonravov, M. K. Trubetskov, and T. V. Amotchkina, “Computational Experiments on Optical Coating Production Using Monochromatic Monitoring Strategy Aimed at Eliminating a Cumulative Effect of Thickness Errors,” *Appl. Opt.* **46** (28), 6936–6944 (2007).
14. A. Zoeller, M. Boos, H. Hagedorn, et al., “High Accurate In-situ Optical Thickness Monitoring,” in *Proc. Optical Interference Coatings Conference, Tucson, USA, June 27–July 2, 2004* (Optical Society of America, Washington DC, 2004), doi 10.1364/OIC.2004.TuE10
15. Sh. A. Furman and A. V. Tikhonravov, *Basics of Optics of Multilayer Systems* (Frontieres, Gif-sur-Yvette Cedex, 1992).
16. M. Trubetskov, T. Amotchkina, and A. Tikhonravov, “Automated Construction of Monochromatic Monitoring Strategies,” *Appl. Opt.* **54** (8), 1900–1909 (2015).